

座位号

--	--

计算机专业 高等数学(1) 试题

2007 年 7 月

题 号	一	二	三	四	总 分
分 数					

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题 3 分,共 15 分)

1. 设 $f(x+1)=x^2-1$, 则 $f(x)=(\quad)$.
 A. $x(x+1)$ B. x^2
 C. $x(x-2)$ D. $(x+2)(x-1)$
2. 函数 $f(x)=\begin{cases} x\sin\frac{1}{x}+k, & x\neq 0 \\ 1, & x=0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 则 $k=(\quad)$.
 A. 2 B. 1
 C. -1 D. -2
3. 函数 $y=2+\ln x$ 在 $(1, 2)$ 处的切线方程是 $(\quad)$.
 A. $y=x-1$ B. $y=x+1$
 C. $y=\frac{1}{x}-1$ D. $y=\frac{1}{x}+1$
4. 设 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的一个原函数, 则等式 $(\quad)$ 成立.
 A. $\frac{d}{dx}(\int f(x)dx)=F(x)$ B. $\int F'(x)dx=f(x)+C$
 C. $\int F'(x)dx=F(x)$ D. $\frac{d}{dx}(\int f(x)dx)=f(x)$
5. 若级数 $\sum_{n=1}^{+\infty} u_n$ 收敛 ($u_n > 0$), 则下列级数中收敛的是 $(\quad)$.
 A. $\sum_{n=1}^{+\infty} 100u_n$ B. $\sum_{n=1}^{+\infty} (u_n - 100)$
 C. $\sum_{n=1}^{+\infty} (u_n + 100)$ D. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{100}{u_{n-1} - u_n}$

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

1. 函数 $f(x) = \ln \sqrt{\sin x} + \sqrt{1-x^2}$ 的定义域是_____.
2. 已知 $f(x) = 1 - \frac{\sin x}{x}$, 当_____时, $f(x)$ 为无穷小量.
3. 已知 $f(x) = (x-a)\varphi(x)$, 其中 $\varphi(x)$ 在 $x=a$ 处可导, 则 $f'(a) = \underline{\hspace{2cm}}$.
4. $\int_{-\infty}^0 e^{ax} dx = \frac{1}{3}$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.
5. 线性齐次微分方程 $2y'' - 3y' - 5y = 0$ 的特征方程为_____.

得 分	评卷人

三、计算题(每小题 9 分,共 54 分)

1. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 2x - 8}{x^2 + 3x + 2}$.
2. 设 $y = 2^{\sin x} + \cos \sqrt{1-x}$, 求 $y'(0)$.
3. 设 $y = y(x)$ 是由方程 $\ln \sqrt{x^2 + y^2} = \arctan \frac{y}{x}$ 确定的隐函数, 求 dy .
4. 计算定积分 $\int_0^{\ln 2} e^x (1 + e^x)^2 dx$.
5. 求幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{n+1}(x+1)^n}{\sqrt{n+1}}$ 的收敛半径.
6. 求微分方程 $y' + \frac{2xy}{x^2 + 4} = 0$ 满足 $y(0) = 1$ 的特解.

得 分	评卷人

四、应用题(本题 16 分)

用钢板焊接一个容积为 4m^3 的、底为正方形的无盖水箱, 已知钢板每平方米 400 元, 焊接费 200 元, 问水箱的尺寸如何选择, 可使总费最低? 最低总费是多少?

试卷代号:2022

中央广播电视大学 2006—2007 学年度第二学期“开放专科”期末考试

计算机专业 高等数学(1) 试题答案及评分标准

(供参考)

2007 年 7 月

一、单项选择题(每小题 3 分,共 15 分)

1. C

2. B

3. B

4. D

5. A

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

1. $(0, 1]$

2. $x \rightarrow 0$

3. $\varphi(a)$

4. 3

5. $2\lambda^2 - 3\lambda - 5 = 0$

三、计算题(每小题 9 分,共 54 分)

1. 解: $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 2x - 8}{x^2 + 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(x-4)}{(x+2)(x+1)}$

5 分

$$= \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x-4}{x+1} = 6$$

9 分

2. 解: 因为 $y' = 2^{\sin x} (\ln 2) \cos x - \frac{\sin \sqrt{1-x}}{2\sqrt{1-x}} (-1)$

$$= 2^{\sin x} (\ln 2) \cos x + \frac{\sin \sqrt{1-x}}{2\sqrt{1-x}}$$

6 分

所以 $y'(0) = 2^{\sin 0} (\ln 2) \cos 0 + \frac{\sin \sqrt{1-0}}{2\sqrt{1-0}} = \ln 2 + \frac{1}{2} \sin 1$

9 分

3. 解: 方程两边对 x 求微分, 得

$$\frac{1}{2(x^2 + y^2)} d(x^2 + y^2) = \frac{1}{1 + (\frac{y}{x})^2} d(\frac{y}{x})$$

4 分

$$\frac{1}{x^2 + y^2} (x dx + y dy) = \frac{x^2}{x^2 + y^2} \cdot \frac{x dy - y dx}{x^2}$$

6 分

于是得到 $dy = \frac{x+y}{x-y} dx$

9 分

4. 解: $\int_0^{\ln 2} e^x (1+e^x)^2 dx = \int_0^{\ln 2} (1+e^x)^2 d(1+e^x)$ 4 分

$$= \frac{1}{3} (1+e^x)^3 \Big|_0^{\ln 2}$$

7 分

$$= \frac{19}{3}$$

9 分

5. 解: 因为 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+2} \sqrt{n+1}}{2^{n+1} \sqrt{n+2}} = 2$ 6 分

所以幂级数的收敛半径为 $\frac{1}{2}$. 9 分

6. 解: 将方程分离变量

$$\frac{dy}{y} = -\frac{2x}{x^2+4} dx$$

3 分

两边积分 $\int \frac{dy}{y} = \int -\frac{2x}{x^2+4} dx$

$$\ln|y| = -\ln|x^2+4| + \ln|C|$$

6 分

即 $y = \frac{C}{x^2+4}$

其中 C 为任意常数. 由初始条件 $y(0)=1$ 得 $C=4$, 所以, 原方程的特解为

$$y = \frac{4}{x^2+4}$$

9 分

四、应用题(本题 16 分)

解: 设水箱的底边长为 x , 高为 h , 表面积为 S , 且有 $h = \frac{4}{x^2}$, 所以

$$S(x) = x^2 + 4xh = x^2 + \frac{16}{x},$$

6 分

$$S'(x) = 2x - \frac{16}{x^2}$$

令 $S'(x)=0$, 得 $x=2$, 10 分

因为本问题存在最小值, 且函数的驻点唯一, 所以, 当 $x=2, h=1$ 时水箱的面积最小.

13 分

此时的费用为 $S(2) \times 400 + 200 = 5000$ (元)

16 分