

试卷代号:2033

座位号

中央广播电视大学 2006—2007 学年度第二学期“开放专科”期末考试

小教专业 高等数学(B)(1) 试题

2007 年 7 月

题 号	一	二	三	四	五	总 分
分 数						

得 分	评卷人

一、名词解释(每题 5 分,共 10 分)

- 1. 定积分
- 2. 极值

得 分	评卷人

二、填空题(每空格 3 分,共 45 分)

- 1. 公元 3 世纪中国数学家_____的割圆术,就用园内接正多边形周长去逼近_____这一极限思想来近似地计算_____的.
- 2. 定积分是对_____的度量,求_____是定积分概念的最直接的起源.
- 3. 函数表达了_____与_____之间的一种对应规则.
- 4. 绝对值的性质是_____,_____,_____,_____,_____.

5. 函数 $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$ 的定义域为 _____, 它的一阶导数为 _____.

得 分	评卷人

三、判断题(在每题的括号内填上是或否,每题 5 分,共 15 分)

1. 有理数不属于实数范畴内. ()
2. 导数概念与导函数概念是不同的. ()
3. 运用定积分计算不规则图形的面积不是很精确的. ()

得 分	评卷人

四、计算题(每题 5 分,共 15 分)

1. 求 $y = \sqrt[4]{x^3}$ 的二阶导数.
2. 求由曲线 $y = 2 - x^2$ 与直线 $y = -x$ 所围成的面积.
3. 设函数 $f(x) = e^x + x^3 - \cos x$, 求其原函数.

得 分	评卷人

五、应用题(15 分)

已知等腰三角形的周长是 $2l$, 问它的腰多长时其面积为最大?

试卷代号:2033

中央广播电视大学 2006—2007 学年度第二学期“开放专科”期末考试

小教专业 高等数学(B)(1) 试题答案及评分标准

(供参考)

2007 年 7 月

一、名词解释(每题 5 分,共 10 分)

1. 定积分——设函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续,用分点 $a = x_0 < x_1 < \cdots < x_{n-1} < x_n = b$ 把区间 $[a, b]$ 分为 n 个小区间 $[x_i, x_{i+1}]$,其长度为 $\Delta x_i = x_{i+1} - x_i, i = 0, 1, 2, \cdots, n-1$. 在每个小区间 $[x_i, x_{i+1}]$ 上任取一点 $\xi_i: x_i \leq \xi_i \leq x_{i+1}$,并作函数值 $f(\xi_i)$ 与小区间长度 Δx_i 的乘积 $f(\xi_i) \Delta x_i$,求出它们的部分和 $S_n = \sum_{i=1}^{n-1} f(\xi_i) \Delta x_i$. 记 $\lambda = \max_{0 \leq i \leq n-1} \{\Delta x_i\}$. 当 $\lambda \rightarrow 0$ 时,若部分和 S_n 有极限 S ,并且 S 与区间 $[a, b]$ 的分法无关,与中间值 ξ_i 的取法无关,则称此极限值 S 为 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上的定积分,记作 $\lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{i=1}^{n-1} f(\xi_i) \Delta x_i = \int_a^b f(x) dx$.

2. 数列极值($\epsilon-N$)定义——设有数列 x_n 和常数 A ,如果对于任意给定的正数 $\epsilon > 0$,总存在自然数 N ,使得当 $n > N$ 时,不等式 $|x_n - A| < \epsilon$ 恒成立,则称常数 A 是数列 x_n 的极限,记为 $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = A$.

二、填空题(每空格 3 分,共 45 分)

1. 刘徽 圆周长 圆周率 π

2. 连续变化过程总效果 曲边形区域的面积

3. 因变量 自变量

4. $|a| \geq 0$ $|ab| = |a| \cdot |b|$ $\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}$ $-|a| \leq a \leq |a|$ $|a+b| \leq |a| + |b|$

$|a-b| \geq |a| - |b|$

5. $x \geq 2$ 或 $x \leq 1$ $\frac{1}{2}(2x-3)$

三、判断题(每题 5 分,共 15 分)

1. 否 2. 是 3. 否

四、计算题(每题 5 分,共 15 分)

1. 解: $y' = \frac{3}{4}x^{-\frac{1}{4}}$ 2 分

$$y'' = -\frac{3}{16}x^{-\frac{5}{4}}$$
 3 分

2. 解: 曲线 $y = 2 - x^2$ 与直线 $y = -x$ 交点为 $(-1, 1), (2, -2)$, 1 分

于是所求面积为 $\int_{-1}^2 (2 - x^2 + x) dx$ 2 分

$$= \left(2x - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 \right) \Big|_{-1}^2$$
 1 分

$$= 4 \frac{1}{2}$$
 1 分

3. 解: 设函数为 $F(x)$, 则有 1 分

$$F(x) = \int (e^x + x^3 - \cos x) dx$$
 1 分

$$= \left[e^x + \frac{1}{4}x^4 - \sin x \right] + C$$
 3 分

五、应用题(15 分)

解: 设等腰三角形的腰长为 x , 则其面积 $S(x)$ 为

$$\begin{aligned} S(x) &= (l-x) \sqrt{x^2 - (l-x)^2} \\ &= (l-x) \sqrt{2lx - l^2} \end{aligned}$$
 3 分

对其求导得

$$S'(x) = -\sqrt{2lx - l^2} + \frac{1}{2}(l-x) \frac{2l}{\sqrt{2lx - l^2}}$$
 3 分

化简得

$$S'(x) = \frac{2l^2 - 3lx}{\sqrt{2lx - l^2}}$$
 3 分

令其为零, 得 $x = \frac{2l}{3}$ 3 分

所以, 当 $x = \frac{2l}{3}$ 时, 其面积最大, $S = \frac{\sqrt{3}}{9}l^2$ 3 分