

试卷代号:2067

座位号

--	--

中央广播电视大学 2006—2007 学年度第二学期“开放专科”期末考试

计算机专业 计算机数学基础(A) 试题

2007 年 7 月

题 号	一	二	三	四	总 分
分 数					

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题 3 分,共 15 分)

1. A, B 都是 n 阶矩阵($n > 1$), 则下列命题正确的是().
A. $AB=BA$
B. 若 $AB=O$, 则 $A=O$ 或 $B=O$
C. $(A-B)^2=A^2-2AB+B^2$
D. $|AB|=|A||B|$
2. 线性方程组 $AX=0$ 满足结论().
A. 可能无解
B. 一定有解
C. 有非零解
D. 只有零解
3. 甲、乙两人各自考上大学的概率分别是 0.7, 0.8, 则甲、乙两人同时考上大学的概率是().
A. 0.94
B. 0.75
C. 0.56
D. 0.5
4. 如果随机变量 $X \sim B(10, 0.3)$, 则 $E(X), D(X)$ 分别为().
A. $E(X)=3, D(X)=2.1$
B. $E(X)=3, D(X)=0.9$
C. $E(X)=0.3, D(X)=3$
D. $E(X)=0.3, D(X)=21$

5. 设 $X \sim N(50, 10^2)$, 则随机变量() $\sim N(0, 1)$.

A. $\frac{X-50}{100}$

B. $\frac{X-50}{10}$

C. $\frac{X-100}{50}$

D. $\frac{X-10}{50}$

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分, 本题共 15 分)

1. 设 A, B, C 均为 n 阶可逆矩阵, 逆矩阵分别为 A^{-1}, B^{-1}, C^{-1} , 则 $(CA'B^{-1})^{-1} =$ _____.

2. 向量组 $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}$ 是线性_____的.

3. 当 $\lambda =$ _____ 时, 方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ -x_1 - \lambda x_2 = -1 \end{cases}$ 有无穷多解.

4. 设随机变量 $X \sim \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0.2 & 0.5 & a \end{bmatrix}$, 则 $a =$ _____.

5. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 且 σ^2 未知, 用样本假设检验 $H_0: \mu = \mu_0$ 时可采用统计量 _____.

得 分	评卷人

三、计算题(每小题 16 分, 本题共 64 分)

1. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & -3 & 5 \\ 3 & -2 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, 且有 $AX = B'$, 求 X .

2. 当 λ 取何值时, 线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 = -2 \\ 2x_1 + x_2 + 7x_3 + 3x_4 = 6 \\ 9x_1 + 7x_2 + 4x_3 + x_4 = \lambda \end{cases}$$

有解, 在有解的情况下求方程组的全部解.

3. 设 A, B 为两事件, 已知 $P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{3}, P(B|A) = \frac{1}{2}$, 求 $P(AB), P(A+B), P(A|B)$.

4. 某厂生产一批的钢筋, 其长度 $X \sim N(\mu, 0.16)$, 今从这批钢筋中随机地抽取了 16 根, 测得长度(单位: m)的平均值为 4.9, 求钢筋长度 μ 的置信度为 0.95 的置信区间 ($u_{0.975} = 1.96$).

得 分	评卷人

四、证明题(本题 6 分)

设 A, B 是同阶对称矩阵, 试证: $AB + BA$ 也是对称矩阵.

试卷代号:2067

中央广播电视大学 2006—2007 学年度第二学期“开放专科”期末考试

计算机专业 计算机数学基础(A) 试题答案及评分标准

(供参考)

2007 年 7 月

一、单项选择题(每小题 3 分,本题共 15 分)

1. D 2. B 3. C 4. A 5. B

二、填空题(每小题 3 分,本题共 15 分)

1. $B(A^{-1})'C^{-1}$

2. 相关

3. 1

4. 0.3

5. $t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$

三、计算题(每小题 16 分,本题共 64 分)

1. 解:利用初等行变换得

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ & \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -5 & 1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & -1 & -1 \end{bmatrix} \\ & \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & -9 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 7 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & -1 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 7 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & -1 & -1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

即 $A^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 7 & -2 & -1 \\ 5 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ 10 分

由矩阵乘法和转置运算得

$$X = A^{-1}B' = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 7 & -2 & -1 \\ 5 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 11 & -3 \\ 6 & -2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots 16 \text{ 分}$$

2. 解: 方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & 7 & 3 & 6 \\ 9 & 7 & 4 & 1 & \lambda \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & 11 & 5 & 10 \\ 0 & -2 & 22 & 10 & \lambda+18 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & 11 & 5 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda-2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 9 & 4 & 8 \\ 0 & 1 & -11 & -5 & -10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda-2 \end{bmatrix}$$

由此可知当 $\lambda \neq 2$ 时, 方程组无解. 当 $\lambda = 2$ 时, 方程组有解. 8 分

此时相应的齐次方程组的一般解为

$$\begin{cases} x_1 = -9x_3 - 4x_4 \\ x_2 = 11x_3 + 5x_4 \end{cases} \quad (x_3, x_4 \text{ 是自由未知量})$$

分别令 $x_3 = 1, x_4 = 0$ 及 $x_3 = 0, x_4 = 1$, 得齐次方程组的一个基础解系

$$X_1 = [-9 \ 11 \ 1 \ 0]', X_2 = [-4 \ 5 \ 0 \ 1]' \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

非齐次方程组的一般解为

$$\begin{cases} x_1 = -9x_3 - 4x_4 + 8 \\ x_2 = 11x_3 + 5x_4 - 10 \end{cases} \quad (x_3, x_4 \text{ 是自由未知量})$$

令 $x_3 = 0, x_4 = 0$, 得非齐次方程组的一个特解

$$X_0 = [8 \ -10 \ 0 \ 0]'$$

由此得原方程组的全部解为

$$X = X_0 + k_1 X_1 + k_2 X_2 \text{ (其中 } k_1, k_2 \text{ 为任意常数)} \dots\dots\dots 16 \text{ 分}$$

3. 解: $P(AB) = P(A)P(B|A) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ 6 分

$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$ 12 分

$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{3}{4}$ 16 分

4. 解: 由于已知 σ^2 , 故选取样本函数

$U = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1)$ 5 分

已知 $\bar{x} = 4.9, \sigma = 0.4$, 经计算得

$\frac{0.4}{\sqrt{16}} = 0.1$ 10 分

钢筋长度 μ 的置信度为 0.95 的置信区间为 $[\bar{x} - u_{0.975} \frac{\sigma}{\sqrt{16}}, \bar{x} + u_{0.975} \frac{\sigma}{\sqrt{16}}]$, 又由已知条件

$u_{0.975} = 1.96$, 故此置信区间为 $[4.704, 5.096]$ 16 分

四、证明题(本题 6 分)

证明: 因

$$(AB+BA)' = (AB)' + (BA)' = B'A' + A'B' = BA + AB = AB + BA$$

故 $AB+BA$ 是对称矩阵. 证毕. 6 分