

铜陵电大

试卷代号:1012

座位号

中央广播电视大学 2008—2009 学年度第一学期“开放本科”期末考试(半开卷)

计算机数学基础(2) 试题

2009 年 1 月

题号	一	二	三	总分
分数				

得分	评卷人

一、单项选择题(每小题 4 分,共 20 分)

1. 数值 $x^* = 2.197224577\dots$ 的六位有效数字的近似值 $x = (\quad)$.

A. 2.197225

B. 2.19723

C. 2.19720

D. 2.19722

2. 当线性方程组 $AX=b$ 的系数矩阵 A 是()时,用列主元消去法解 $AX=b$, A 的主对角线的元素一定是主元.

A. 上三角形矩阵

B. 主对角线元素不为 0 的矩阵

C. 对称且严格对角占优矩阵

D. 正定对称矩阵

3. 以下命题正确的是().

A. 过 $n+1$ 个互异节点的牛顿插值多项式最高次幂的系数为 $f(x_0, x_1, \dots, x_n)$ (此项不为 0 时)

B. 过节点 $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n) (n > 3)$, 则均差 $f(x_3, x_0, x_4) \neq f(x_4, x_0, x_3)$

C. 过 $n+1$ 个互异节点的拉格朗日插值多项式一定是 n 次多项式

D. 三次样条函数 $S(x)$ 在每个子区间上是不超过 3 次的多项式

铜陵电大

4. 用高斯-勒让德求积公式计算定积分 $\int_0^1 \cos x dx$ 使其具有 7 次代数精度, 那么应取

() 个节点.

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

5. 通过曲线 $f(x)$ 上的点 $(x_{k-1}, f(x_{k-1}))$ 和 $(x_k, f(x_k))$ 的直线与 x 轴交点的横坐标是(), 就是弦截法解方程 $f(x)=0$ 的根的迭代公式.

A. $x_k + \frac{f(x_k)}{f(x_k) - f(x_{k-1})} (x_k - x_{k-1})$

B. $x_k - \frac{f(x_k)}{f(x_k) - f(x_{k-1})} (x_k - x_{k-1})$

C. $x_k - \frac{f(x_k)}{f(x_k) + f(x_{k-1})} (x_k - x_{k-1})$

D. $x_k - \frac{f(x_k)}{f(x_{k-1}) - f(x_k)} (x_k - x_{k-1})$

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 4 分, 共 20 分)

6. 用四舍五入的方法得到近似值 $x=0.0514$, 那么 x 的相对误差限为_____.

7. 设线性方程组 $AX=b$ 的系数矩阵为 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0.75 & 0.75 \\ 0.75 & 1 & 0.75 \\ 0.75 & 0.75 & 1 \end{bmatrix}$, 那么雅可比迭代矩阵

$B_0 =$ _____.

8. 已知函数 $f(0.4)=0.411, f(0.5)=0.578, f(0.6)=0.697$, 用此函数表作牛顿插值多项式, 那么插值多项式 x^2 的系数是_____.

9. 已知函数 $f(x)$ 在 $x=0, 0.5$ 处的函数值 $f(0)=1$ 和 $f(0.5)=1.20$, 那么 $f'(1) \approx$ _____.

10. 设函数 $f(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 上连续, 若满足 _____, 则方程 $f(x)=0$ 在区间 $[0, 1]$ 一定有实根.

铜陵电大

得 分	评卷人

三、计算题(每小题 15 分,共 60 分)

11. 用列主元消去法解线性方程组

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 5 \\ 3x_1 + 4x_2 + 7x_3 = 6 \text{ (计算过程保留 3 位小数)} \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 5 \end{cases}$$

12. 已知数据表

x_k	10	11	12	13
$f(x_k)$	2.3026	2.3979	2.4849	2.5649

试用二次插值计算 $f(11.75)$ (计算过程保留 4 位小数). 并回答用线性插值计算 $f(11.75)$, 应取哪两个点更好?

13. 将区间 $[1, 9]$ 作 8 等分, 试用复化梯形公式求积分 $\int_1^9 \sqrt{6x-5} dx$ 的近似值. 保留 4 位小数.

14. 用弦截法求方程 $x - \sin x - 0.5 = 0$ 在 $[1.4, 1.6]$ 之间的一个近似根, 满足 $|x_{k+1} - x_k| \leq 0.01$. 保留 4 位小数.

铜陵电大

试卷代号:1012

中央广播电视大学 2008—2009 学年度第一学期“开放本科”期末考试(半开卷)

计算机数学基础(2) 试题答案及评分标准

(供参考)

2009 年 1 月

一、单项选择题(每小题 4 分,共 20 分)

1. D 2. C 3. A 4. C 5. B

二、填空题(每小题 4 分,共 20 分)

6. 0.001

$$7. \begin{bmatrix} 0 & -0.75 & -0.75 \\ -0.75 & 0 & -0.75 \\ -0.75 & -0.75 & 0 \end{bmatrix}$$

8. -2.4

9. 0.4

10. $f(0)f(1) < 0$

三、计算题(每小题 15 分,共 60 分)

$$11. \text{解: } [A : b] = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 & 5 \\ 3 & 4 & 7 & 6 \\ 1 & 3 & 3 & 5 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 4 & 7 & 6 \\ 2 & 3 & 5 & 5 \\ 1 & 3 & 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 4 & 7 & 6 \\ 0 & 0.333 & 0.333 & 1 \\ 0 & 1.667 & 0.667 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 4 & 7 & 6 \\ 0 & 1.667 & 0.667 & 3 \\ 0 & 0.333 & 0.333 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 4 & 7 & 6 \\ 0 & 1.667 & 0.667 & 3 \\ 0 & 0 & 0.200 & 0.401 \end{bmatrix}$$

(9 分)

$$x_3 = 2.005, x_2 = (3 - 0.667 \times 2.005) / 1.667 = 0.997$$

(13 分)

铜陵电大

$$x_1 = (6 - 7 \times 2.005 - 4 \times 0.997) / 3 = -4.008$$

原方程组的解 $X = (-4.008, 0.997, 2.005)^T$. (15分)

12. 解: 因为 11.75 更接近 12, 故应取 11, 12, 13 三点作二次插值.

$$P_2(x) = \frac{(x-12)(x-13)}{2} \times 2.3979 - \frac{(x-11)(x-13)}{1} \times 2.4849 + \frac{(x-11)(x-12)}{2} \times 2.5649 \quad (6分)$$

$$\begin{aligned} f(11.75) &\approx P_2(11.75) = \frac{(11.75-12)(11.75-13)}{2} \times 2.3979 \\ &\quad - \frac{(11.75-11)(11.75-13)}{1} \times 2.4849 + \frac{(11.75-11)(11.75-12)}{2} \times 2.5649 \\ &= 2.4638 \end{aligned} \quad (12分)$$

若用线性插值, 应取 $x=11, x=12$ 作线性插值合适. (15分)

注: 若取 $x=10, 11, 12$ 三点作插值计算正确, 可得 9 分, 若计算有误, 可适当扣分.

13. 解: 计算列表

k	x_k	$f(x_k) = \sqrt{6x-5}$
0	1	1.0000
1	2	2.6458
2	3	3.6056
3	4	4.3589
4	5	5.0000
5	6	5.5678
6	7	6.0828
7	8	6.5574
8	9	7.0000

(7分)

$h=1$, 用复化梯形公式

$$\int_1^9 \sqrt{6x-5} dx = \frac{h}{2} [f(x_0) + f(x_8) + 2 \sum_{k=1}^7 f(x_k)] \quad (10分)$$

铜陵电大

$$= \frac{1}{2} \times [1 + 7 + 2(2.6458 + 3.6056 + 4.3589 + 5.0000 + 5.5678 + 6.0828 + 6.5574)]$$

$$= 37.8183$$

(15分)

14. 解: 设 $f(x) = x - \sin x - 0.5$, 取 $x_0 = 1.4, x_1 = 1.6$, 由 $f(1.4) = -0.0855 < 0, f(1.6) = 0.1004 > 0$, 故 $f(x) = 0$ 在 $[1.4, 1.6]$ 内有根.

(3分)

弦截法的公式为:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f(x_n) - f(x_{n-1})} (x_n - x_{n-1}) \quad (n=1, 2, \dots)$$

(6分)

于是, 代入函数 $f(x)$, 本题有迭代公式

$$x_{n+1} = x_n - \frac{x_n - \sin x_n - 0.5}{x_n - x_{n-1} - \sin x_n + \sin x_{n-1}} (x_n - x_{n-1})$$

$$x_2 = 1.6 - \frac{1.6 - \sin 1.6 - 0.5}{1.6 - 1.4 - \sin 1.6 + \sin 1.4} (1.6 - 1.4) = 1.4919$$

$|x_2 - x_1| = 0.1081$, 不满足精度要求.

(10分)

当 $n=2$ 时,

$$x_3 = 1.4919 - \frac{1.4919 - \sin 1.4919 - 0.5}{1.4919 - 1.6 - \sin 1.4919 + \sin 1.6} (1.4919 - 1.6) = 1.4970$$

$|x_3 - x_2| = 0.0051$, 满足精度要求.

所求方程的解为 $x^* \approx 1.4970$

(15分)