铜陵电大

试卷代号:2020 **座位号**

中央广播电视大学2008—2009学年度第一学期“开放专科”期末考试(半开卷)

高等数学(2)(水) 试题

2009年1月

题 号	一	二	三	四	总 分
分 数					

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

从下列每小题的四个选项中,选出一个正确的,将正确答案的字母序号填入括号内.

1. 平面 $6x+5y-3z+1=0$ 与 $2x+3y+6z+2=0$ 的位置关系是( ).

A. 斜交　　B. 平行

C. 垂直　　D. 重合

2. 在空间直角坐标中,图形为圆柱面的方程为( ).

A. $x^2+y^2+z^2=4$　　B. $z=x^2+y^2$

C. $x^2+y^2=4$　　D. $x^2+4y^2=1$

3. 设 $z=x+\sqrt{x^2+y^2}$,则 $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right|_{(1,-1)}=$( ).

A. $1+\frac{1}{\sqrt{2}}$　　B. $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

C. $1-\frac{1}{\sqrt{2}}$　　D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

4. 二重积分 $\iint\limits_D \sqrt{x^2+y^2}\,dxdy=$( ),其中 D 为圆域 $x^2+y^2\leqslant 4$.

A. $\frac{8}{3}\pi$　　B. 4π

C. $\frac{16}{3}\pi$　　D. π

5. 由曲面 $z=\sqrt{4-x^2-y^2}$ 和 $z=0$ 及柱面 $x^2+y^2=1$ 所围的体积是(　　).

A. $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^2 r\sqrt{4-r^2}dr$

B. $4\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^2 r\sqrt{4-r^2}dr$

C. $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 \sqrt{4-r^2}dr$

D. $4\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^1 r\sqrt{4-r^2}dr$

得　分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

不写解答过程,将正确答案填在每小题的空格内.

1. 直线 $\begin{cases} 3x-z=0 \\ 2y+z=0 \end{cases}$ 的方向向量为________.

2. 函数 $z=\ln x^2 y$ 的定义域为________.

3. 曲线 $x=a\cos t, y=a\sin t, z=bt$ 在 $t=\frac{\pi}{2}$ 处的切线方程为________

________.

4. 设函数 $z=e^{x^2+y^2}$,则 $dz=$________.

5. 累次积分 $\int_0^1 dx\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)dy$ 改变积分次序后的结果是________

________.

铜陵电大

得　分	评卷人

三、计算题(每小题 13 分,共 52 分)

1. 求过点$(1,-1,1)$且垂直于平面 $x-y+z-1=0$ 和 $2x+y+z+1=0$ 的平面方程.

2. 设函数 $z=z(x,y)$由方程 $x^3+y^3+z^3-\sqrt{xyz}=0$ 确定,求$\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial z}{\partial y}$.

3. 计算 $\iint\limits_D e^{-(x^2+y^2)}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$,其中 D 是由 $x\geqslant 0,y\geqslant 0,x^2+y^2\leqslant 1$ 所围区域.

4. 求由球面 $z^2=R^2-x^2-y^2$ 所围成的区域的体积.

得　分	评卷人

四、应用题(本题 18 分)

在直线 $y=x-1$ 上求一点,使它与点 $M(1,1)$的距离最短.

铜陵电大

试卷代号:2020

中央广播电视大学2008—2009学年度第一学期"开放专科"期末考试(半开卷)

高等数学(2)(水)　试题答案及评分标准

(供参考)

2009年1月

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. A　　2. C　　3. B　　4. C　　5. D

二、填空题(每小题3分,共15分)

1. $(2,-3,6)$

2. $\{(x,y);x\neq 0,y>0\}$

3. $\dfrac{x}{-a}=\dfrac{y-a}{0}=\dfrac{z-\frac{\pi b}{2}}{b}$

4. $2e^{x^2+y^2}(x\mathrm{d}x+y\mathrm{d}y)$

5. $\int_{-1}^{1}\mathrm{d}y\int_{0}^{\sqrt{1-y^2}}f(x,y)\mathrm{d}x$

三、计算题(每小题13分,共52分)

1. 解:因为所求平面的法向量为:

$$\boldsymbol{n}=\boldsymbol{n}_1\times\boldsymbol{n}_2=\begin{vmatrix}\boldsymbol{i}&\boldsymbol{j}&\boldsymbol{k}\\1&-1&1\\2&1&1\end{vmatrix}=(-2,1,3)$$ ………………………… 7分

所以平面方程为:

$-2(x-1)+(y+1)+3(z-1)=0$

即　$2x-y-3z=0$ ………………………… (13分)

2. 解:因为 $\mathrm{d}(x^3+y^3+z^3-\sqrt{xyz})$

$$=3x^2\mathrm{d}x+3y^2\mathrm{d}y+3z^2\mathrm{d}z-\frac{1}{2\sqrt{xyz}}(yz\mathrm{d}x+xz\mathrm{d}y+xy\mathrm{d}z)$$

$$=(3x^2-\frac{yz}{2\sqrt{xyz}})\mathrm{d}x+(3y^2-\frac{xz}{2\sqrt{xyz}})\mathrm{d}y+(3z^2-\frac{xy}{2\sqrt{xyz}})\mathrm{d}z=0$$

整理得　$\mathrm{d}z=\dfrac{yz-6x^2\sqrt{xyz}}{6z^2\sqrt{xyz}-xy}\mathrm{d}x+\dfrac{xz-6y^2\sqrt{xyz}}{2z^2\sqrt{xyz}-xy}\mathrm{d}y$ ………………………… (9分)

铜陵电大

故 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=\dfrac{yz-6x^2\sqrt{xyz}}{6z^2\sqrt{xyz}-xy}$, ………………………………………………………… (11 分)

$\dfrac{\partial z}{\partial y}=\dfrac{xz-6y^2\sqrt{xyz}}{6z^2\sqrt{xyz}-xy}$, ………………………………………………………… (13 分)

3. 解：$\iint\limits_D e^{-(x^2+y^2)}\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}\theta\int_0^1 e^{-r^2}r\mathrm{d}r$ …………………………………………… (6 分)

$=\theta\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}\times(-\frac{1}{2}e^{-r^2})\Big|_0^1=\frac{\pi}{4}(1-e^{-1})$ …………………… (13 分)

4. 解：设所求体积为 V

$V=2\iint\limits_{x^2+y^2\leqslant R^2}\sqrt{R^2-x^2-y^2}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ ………………………………………………… (4 分)

$=2\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^R r\sqrt{R^2-r^2}\,\mathrm{d}r$ ………………………………………………………… (8 分)

$=-\frac{4\pi}{3}\sqrt{(R^2-r^2)^3}\Big|_0^R=\frac{4}{3}\pi R^3$ ………………………………………………… (13 分)

四、应用题（本题 18 分）

解：设所求点为 $P(x,y)$，其与 $M(1,1)$ 点的距离为 d

$d=\sqrt{(x-1)^2+(y-1)^2}$

条件函数 $y=x-1$ ………………………………………………………………… (4 分)

因 d^2 与 d 的最小值点相同，故拉格朗日函数取

$F(x,y,\lambda)=(x-1)^2+(y-1)^2+\lambda(x-y-1)$ ……………………………………… (7 分)

于是 $\begin{cases}\dfrac{\partial F}{\partial x}=2(x-1)+\lambda=0\\[2ex]\dfrac{\partial F}{\partial y}=2(y-1)-\lambda=0\\[2ex]\dfrac{\partial F}{\partial \lambda}=x-y-1=0\end{cases}$

解得 $x=\frac{3}{2}$，$y=\frac{1}{2}$，$\lambda=-1$ ……………………………………………………… (15 分)

由于驻点唯一，可知 $(\frac{3}{2},\frac{1}{2},-1)$ 是 $F(x,y,\lambda)$ 的最小值点，即直线上的 $P(\frac{3}{2},\frac{1}{2})$ 点与 $M(1,1)$ 点的距离最短. ……………………………………………………………………… (18 分)