铜陵电大

试卷代号:2022　　　　座位号□□

中央广播电视大学2008—2009学年度第一学期“开放专科”期末考试(半开卷)

高等数学(1)　试题

2009年1月

题　号	一	二	三	四	总　分
分　数					

得　分	评卷人

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. 下列各函数对中,(　　)中的两个函数相等.

A. $f(x)=\ln x^2$ 与 $g(x)=2\ln x$　　B. $f(x)=(\sqrt{x})^2$ 与 $g(x)=\sqrt{x^2}$

C. $f(x)=\tan x$ 与 $g(x)=\dfrac{\sin x}{\cos x}$　　D. $f(x)=\dfrac{x}{x(x-2)}$ 与 $g(x)=\dfrac{1}{x-2}$

2. 函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sin x}{x}+k, & x\neq 0\\ 2, & x=0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续,则 k 为(　　).

A. 2　　B. 1

C. -1　　D. -2

3. 在$(-\infty,+\infty)$内是单调减少的函数是(　　).

A. $y=(\dfrac{1}{3})^x$　　B. $y=x^3$

C. $y=\cos x$　　D. $y=x^2$

4. 若 $f(x)$的一个原函数是 $\sin x$,则 $\int f'(x)\mathrm{d}x=$(　　).

A. $\cos x+C$　　B. $-\cos x+C$

C. $-\sin x+C$　　D. $\sin x+C$

铜陵电大

5. 二阶线性齐次微分方程 $y''-y'=0$ 的通解是(   ).

A. $C_1e^x+C_2xe^x$　　B. $C_1+C_2e^{-x}$

C. $y=C_1e^{-x}+C_2xe^{-x}$　　D. $C_1+C_2e^x$

得　分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

1. 函数 $f(x)=\sqrt{4-x^2}$ 的定义域是________.

2. 函数 $f(x)=\begin{cases} x^2+2 & x<0 \\ 2^x & x\geqslant 0 \end{cases}$,则 $f(0)=$________.

3. 函数 $f(x)=x^2-1$ 的单调减少区间是________.

4. $\int(\tan x)'\mathrm{d}x=$____________.

5. 当 p ________时,级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^p}$ 收敛.

得　分	评卷人

三、计算题(每小题 9 分,共 54 分)

1. $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2+x-6}{x^2-3x+2}$.

2. $y=x^2+\ln\cos x$,求 $\mathrm{d}y$.

3. 设 $y=y(x)$是由方程 $x^2-3xy+y^2+1=e^x$ 确定的隐函数,求 $\mathrm{d}y$.

4. $\int_1^e\frac{\ln x}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x$.

5. 求幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{3^n}x^n$ 的收敛半径.

6. 求微分方程 $y'+\frac{y}{x}=x^2+1$ 的通解.

得　分	评卷人

四、应用题(本题 16 分)

从面积为 S 的一切矩形中,求周长最小的矩形的边长.

铜陵电大

试卷代号:2022

中央广播电视大学2008—2009学年度第一学期“开放专科”期末考试(半开卷)

高等数学(1)　试题答案及评分标准

(供参考)

2009年1月

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. C　　2. B　　3. A　　4. A　　5. D

二、填空题(每小题3分,共15分)

1. $[-2,2]$

2. 1

3. $(-\infty,0)$

4. $\tan x+c$

5. >1

三、计算题(每小题9分,共54分)

1. 解:$\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2+x-6}{x^2-3x+2}=\lim\limits_{x\to2}\dfrac{(x+3)(x-2)}{(x-1)(x-2)}$

$$=\lim_{x\to2}\frac{x+3}{x-1}=5 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots 9\text{分}$$

2. 解:$y'=2x+\dfrac{-\sin x}{\cos x}=2x-\tan x$

$$dy=(2x-\tan x)dx \quad\cdots\cdots\cdots\cdots 9\text{分}$$

3. 解:方程两边对 x 求导数,得

$$2x-3(y+xy')+2yy'=e^x$$

解得

$$y'=\frac{e^x-2x+3y}{2y-3x}$$

所以

$$dy=y'dx=\frac{e^x-2x+3y}{2y-3x}dx \quad\cdots\cdots\cdots\cdots 9\text{分}$$

铜陵电大

4. 解：由分部积分法得

$$\int_1^e \frac{\ln x}{\sqrt{x}}dx = 2\sqrt{x}\ln x\Big|_1^e - 2\int_1^e \frac{\sqrt{x}}{x}dx$$

$$= 2\sqrt{e} - 4\sqrt{x}\Big|_1^e = 4 - 2\sqrt{e}$$ ………………………………… 9 分

5. 因为 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{|a_{n+1}|}{|a_n|}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3^n(n+1)^2}{3^{n+1}n^2}=\dfrac{1}{3}$

所以收敛半径为 3. ………………………………………………………………………… 9 分

6. 解：因为 $P(x)=\dfrac{1}{x}$，$Q(x)=x^2+1$，用公式

$$y=e^{-\int\frac{1}{x}dx}\left[\int(x^2+1)e^{\int\frac{1}{x}dx}dx+C\right]$$

$$=e^{-\ln x}\left[\int(x^2+1)e^{\ln x}dx+C\right]$$

$$=\frac{1}{x}\left[\frac{x^4}{4}+\frac{x^2}{2}+C\right]=\frac{x^3}{4}+\frac{x}{2}+\frac{C}{x}$$ ………………………………………… 9 分

四、应用题(本题 16 分)

解：设矩形的边长分别为 x,y，周长为 L，则有

$$L=2x+2y$$

由矩形面积公式得

$$y=\frac{S}{x}$$

代入面积公式得

$$L=2x+\frac{2S}{x}$$

$$L'=2-\frac{2S}{x^2}$$

令 $L'=0$ 得 $x=\sqrt{S}$（$x=-\sqrt{S}$ 舍去），$y=\sqrt{S}$.

即当矩形的边长 $x=y=\sqrt{S}$ 时，矩形的周长最小. ……………………………………… 16 分