试卷代号:2067

座位号

中央广播电视大学2008—2009学年度第一学期"开放专科"期末考试(半开卷)

计算机数学基础(A) 试题

2009年1月

题号	一	二	三	四	总分
分数					

得分	评卷人

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. 若 $\begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1 & 5 & x-3 \end{vmatrix}=0$,则 $x=$( ).

A. 2　　　　B. 3

C. -2　　　　D. -3

2. 若 A,B 都是 n 阶矩阵,则等式( )成立.

A. $|AB|=|BA|$　　　　B. $|A+B|=|A|+|B|$

C. $AB=BA$　　　　D. $(A+B)(A-B)=A^2-B^2$

3. 线性方程组 $AX=0$ 满足结论( ).

A. 可能无解　　　　B. 只有零解

C. 有非零解　　　　D. 一定有解

4. 设 X 的分布列为

X	0	1	2	3
P	0.1	0.3	0.4	0.2

则 $P(X<2)=$( ).

A. 0.1　　　　B. 0.4

C. 0.3　　　　D. 0.2

5. 设随机变量 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，$x_1,x_2,\cdots,x_n$ 是 X 的一组样本，$\overline{x}=\frac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)$则

$\overline{x}\sim$(　　).

A. $N(\mu,\sigma^2)$

B. $N(\frac{\mu}{n},\frac{\sigma}{n})$

C. $N(\mu,\frac{\sigma^2}{n})$

D. $N(\frac{\mu}{n},\frac{\sigma^2}{n^2})$

得　分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分，共 15 分)

1. 设 A,B 均为 3 阶矩阵，且 $|A|=-6$，$|B|=3$，$|-(A'B^{-1})^3|=$________.

2. 线性方程组 $AX=B$ 中的一般解的自由求知量的个数是 2，其中 A 是 4×5 矩阵，则方程组增广矩阵的 $r(A\vdots B)=$________.

3. 设 A、B 为两个事件，若 $P(AB)=P(A)P(B)$，则称 A 与 B ________________.

4. 如果随机变量 X 的期望 $E(X)=2$，$E(X^2)=9$，那么 $D(X)=$________.

5. 设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases}3x^2 & 0\leqslant x\leqslant 1\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$，则 $P(X<\frac{1}{2})=$________.

得 分	评卷人

三、计算题(每小题16分,共64分)

1. 设矩阵 $A=\begin{bmatrix}1 & 1 & 3\\ 2 & 3 & 7\\ 3 & 4 & 9\end{bmatrix}$,$B=\begin{bmatrix}2 & 5\\ 0 & 1\\ -3 & 0\end{bmatrix}$,且 $AX=B$,求 X.

2. 求线性方程组 $\begin{cases}x_1-3x_2-2x_3-x_4=1\\ 3x_1-8x_2-4x_3-x_4=0\\ -2x_1+x_2-4x_3+2x_4=1\\ -x_1-2x_2-6x_3+x_4=3\end{cases}$ 的全部解.

3. 设 $X\sim N(2,3^2)$,试求:(1)$P(X<11)$;(2)$P(5<X<8)$.

(已知 $\Phi(1)=0.8413$,$\Phi(2)=0.9772$,$\Phi(3)=0.9987$)

4. 某厂生产一种型号的滚珠,其直径 $X\sim N(\mu,0.09)$,今从这批滚珠中随机地抽取了16个,测得直径(单位:mm)的样本平均值为4.35,求滚珠直径 μ 的置信度为0.95的置信区间($u_{0.975}=1.96$).

得 分	评卷人

四、证明题(本题6分)

已知随机事件 A,B 满足 $A\supset B$,试证:$P(A-B)=P(A)+P(B)$.

试卷代号:2067

中央广播电视大学2008—2009学年度第一学期"开放专科"期末考试(半开卷)

计算机数学基础(A) 试题答案及评分标准

(供参考)

2009年1月

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. B　　2. A　　3. D　　4. B　　5. C

二、填空题(每小题3分,共15分)

1. 8

2. 3

3. 相互独立

4. 5

5. $\frac{1}{8}$

三、计算题(每小题16分,共64分)

1. 解:利用初等行变换得

$$\begin{bmatrix}1&1&3&1&0&0\\2&3&7&0&1&0\\3&4&9&0&0&1\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1&1&3&1&0&0\\0&1&1&-2&1&0\\0&1&0&-3&0&1\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1&1&3&1&0&0\\0&1&1&-2&1&0\\0&0&-1&-1&-1&1\end{bmatrix}$$

$$\to\begin{bmatrix}1&1&0&-2&-3&3\\0&1&0&-3&0&1\\0&0&1&1&1&-1\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1&0&0&1&-3&2\\0&1&0&-3&0&1\\0&0&1&1&1&-1\end{bmatrix}$$

即 $A^{-1}=\begin{bmatrix}1&-3&2\\-3&0&1\\1&1&-1\end{bmatrix}$ ………………………………………………………… 10分

由矩阵乘法运算得

$X=A^{-1}B=\begin{bmatrix}1&-3&2\\-3&0&1\\1&1&-1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2&5\\0&1\\-3&0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-4&2\\-9&-15\\5&6\end{bmatrix}$ ………………………… 16分

2. 解：将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 & -1 & 1 \\ 3 & -8 & -4 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & -4 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & -6 & 1 & 2 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & -3 \\ 0 & -5 & -8 & 0 & 3 \\ 0 & -5 & -8 & 0 & 3 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & -3 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 2 & 10 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\to \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -15 & 16 \\ 0 & 1 & 0 & -8 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & 5 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

此时齐次方程组化为

$$\begin{cases} x_1 = 15x_4 \\ x_2 = 8x_4 \\ x_3 = -5x_4 \end{cases}$$ …………………………………………………………………… 9 分

令 $x_4=1$，得齐次方程组的一个基础解系

$X_1=[15 \quad 8 \quad -5 \quad 1]'$ …………………………………………………………………… 12 分

令 $x_4=0$，得非齐次方程组的一个特解

$X_0=[16 \quad 9 \quad -6 \quad 0]'$

由此得原方程组的全部解为

$X=X_0+kX_1$ （其中 k 为任意常数）…………………………………………………… 16 分

3. 解：(1) $P(X<11)=P(\frac{X-2}{3}<\frac{11-2}{3})$

$=P(\frac{X-2}{3}<3)=\Phi(3)=0.9987$ ………………………………… 8 分

(2) $P(5<X<8)=P(\frac{5-2}{3}<\frac{X-2}{3}<\frac{8-2}{3})=P(1<\frac{X-2}{3}<2)$

$=\Phi(2)-\Phi(1)=0.9772-0.8413=0.1359$ ………………………… 16 分

4. 解：由于已知 σ^2，故选取样本函数

$U=\frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$ …………………………………………………………… 4 分

已知 $\bar{x}=4.35$，经计算得

$\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{0.3}{\sqrt{16}}=0.075$ ·· 8 分

滚珠直径 μ 的置信度为 0.95 的置信区间为$\left[\bar{x}-u_{0.975}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\bar{x}+u_{0.975}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$，又由已知条件 $u_{0.975}=1.96$，故此置信区间为$[4.203,4.497]$ ·· 16 分

四、证明题(本题 6 分)

证明：已知 $A\supset B$，由事件的关系可知

$A=(A-B)+B$

而$(A-B)\cap B=\varnothing$，故由概率的性质可知

$P(A)=P(A-B)+P(B)$

即 $P(A-B)=P(A)-P(B)$ 证毕. ·· 6 分