试卷代号:2133

座位号

中央广播电视大学2008—2009学年度第一学期“开放专科”期末考试(半开卷)

高等数学(2) 试题

2009年1月

题　号	一	二	三	四	五	六	七	总　分
分　数								

得　分	评卷人

一、填空题(每小题3分,本题共15分)

1. 函数 $z=\frac{1}{\sqrt[3]{1-x^2-y^2}}$ 的定义域为____________.

2. 设 $z=x^{x+y}$,则 $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right|_{\substack{x=1\\y=1}}=$__________.

3. 设二重积分的积分区域 $D:1\leqslant x^2+y^2\leqslant 4$,则 $\iint\limits_D \mathrm{d}x\mathrm{d}y=$____________.

4. 设 l 是圆周 $(x-1)^2+(y-1)^2=1$ 的正向一周,则 $\oint_l -y\mathrm{d}x+x\mathrm{d}y=$__________.

5. 若将定义在区间 $[0,\pi]$ 上的 $f(x)$ 展成正弦函数,则须对 $f(x)$ 进行________延拓.

得　分	评卷人

二、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1. 若平面 $x+3y-2kz=5$ 过点 $M(3,2,1)$,则 $k=($　　$)$.

A. 3　　　　B. -2

C. 2　　　　D. -3

2. 设 $z=\cos(x^2y)$，则$\dfrac{\partial z}{\partial y}=$(　　).

A. $-x^2\sin(x^2y)$

B. $-\sin(x^2y)$

C. $x^2\sin(x^2y)$

D. $\sin(x^2y)$

3. 二重积分 $\iint\limits_D f(x,y)\mathrm{d}\sigma=$(　　)，其中积分区域 $D:(x-1)^2+y^2\leqslant 1$.

A. $\int_0^2 \mathrm{d}x\int_0^{\sqrt{x-x^2}} f(x,y)\mathrm{d}y$

B. $\int_0^1 \mathrm{d}x\int_0^{\sqrt{2x-x^2}} f(x,y)\mathrm{d}y$

C. $\int_0^{2\pi} \mathrm{d}\theta\int_0^1 f(r\cos\theta,r\sin\theta)r\mathrm{d}r$

D. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \mathrm{d}\theta\int_0^{2\cos\theta} f(r\cos\theta,r\sin\theta)r\mathrm{d}r$

4. 下列曲线积分中与路径无关的是(　　).

A. $\oint_c 2xy\mathrm{d}x+3x\mathrm{d}y$

B. $\oint_c 4xy\mathrm{d}x+2x^2\mathrm{d}y$

C. $\oint_c 2y\mathrm{d}x+2y^2\mathrm{d}y$

D. $\oint_c 2x^2y\mathrm{d}x+2x^2y\mathrm{d}y$

5. 若 $f(x)$是定义在$(-\pi,\pi)$上的偶函数，则其傅里叶级数为(　　).

A. $\dfrac{a_0}{2}+\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n\cos nx$

B. $\dfrac{b_0}{2}+\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n\sin nx$

C. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n\cos nx$

D. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n\sin nx$

得　分	评卷人

三、(本题 13 分)

求过点 $M_0(2,3,5)$ 且平行于平面 $5x-3y+2z-10=0$ 的平面方程.

得　分	评卷人

四、(本题 13 分)

设 $z=f(xy,e^{\frac{y}{x}})$,求 $\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial z}{\partial y}$.

得　分	评卷人

五、(本题 13 分)

计算 $\iint\limits_D \sqrt{x^2+y^2}\,dxdy$,其中 D 是区域:由 $x^2+y^2\leqslant 4, x\geqslant 0$.

得　分	评卷人

六、(本题 13 分)

将函数 $f(x)=\begin{cases}0, & 0<x\leqslant\pi \\ x, & -\pi<x\leqslant 0\end{cases}$ 展成周期为 2π 的傅里叶级数.

得　分	评卷人

七、(本题 18 分)

做一体积为 V 的长方体木箱(不考虑木板的厚度),问箱子的尺寸为多少时才能使材料最省?

试卷代号:2133

中央广播电视大学2008—2009学年度第一学期“开放专科”期末考试(半开卷)

高等数学(2)　试题答案及评分标准

(供参考)

2009年1月

一、填空题(每小题3分,本题共15分)

1. $x^2+y^2\neq 1$

2. 0

3. 3π

4. 2π

5. 奇

二、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. C　　2. A　　3. D　　4. B　　5. A

三、(本题13分)

解:已知所求平面的法向量为 $\mathbf{n}=(5,-3,2)$,且平面过 $M_0(2,3,5)$ 点,由此可得平面方程

$5(x-2)-3(y-3)+2(z-5)=0$

即 $5x-3y+2z-11=0$ …………………………………………………… 13分

四、(本题13分)

解:设 $u=xy,\nu=e^{\frac{y}{x}}$,由复合函数求导法则

$$\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{\partial z}{\partial u}\cdot\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial z}{\partial \nu}\cdot\frac{\partial \nu}{\partial x}=y\frac{\partial z}{\partial u}-\frac{y}{x^2}e^{\frac{y}{x}}\frac{\partial z}{\partial \nu}$$ …………………………………… 7分

$$\frac{\partial z}{\partial y}=\frac{\partial z}{\partial u}\cdot\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial z}{\partial \nu}\cdot\frac{\partial \nu}{\partial y}=x\frac{\partial z}{\partial u}+\frac{1}{x}e^{\frac{y}{x}}\frac{\partial z}{\partial \nu}$$ …………………………………… 13分

五、(本题13分)

解:利用极坐标计算

$$\iint_D\sqrt{x^2+y^2}\,dxdy=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}d\theta\int_0^2 r^2\,dr=\frac{8}{3}\pi$$ …………………………………… 13分

六、(本题 13 分)

解：

$$a_0=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{0}x\mathrm{d}x=\frac{1}{2\pi}x^2\Big|_{-\pi}^{0}=-\frac{\pi}{2}\quad\cdots\cdots\ 3\text{ 分}$$

$$a_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)\cos nx\mathrm{d}x=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{0}x\cos nx\mathrm{d}x=\frac{1-(-1)^n}{\pi n^2}\ (n=1,2,\cdots)\quad\cdots\cdots\ 6\text{ 分}$$

$$b_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)\sin nx\mathrm{d}x=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{0}x\sin nx\mathrm{d}x=\frac{(-1)^{n+1}}{n}(n=1,2,\cdots)\quad\cdots\cdots\ 9\text{ 分}$$

故有

$$f(x)=-\frac{\pi}{4}+\frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{(2n-1)^2}\cos(2n-1)x+\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}\sin nx(-\pi<x<\pi)\quad\cdots\ 13\text{ 分}$$

七、(本题 18 分)

解：设箱子的长、宽、高分别为 x,y,z，则箱子的表面积为

$f(x,y,z)=2xy+2xz+2yz$

条件函数为　　$xyz=V$ ……………………………………………………………… 8 分

作辅助函数　　$F(x,y,z,\lambda)=2xy+2xz+2yz+\lambda(xyz-V)$

由
$$\begin{cases}\dfrac{\partial F}{\partial x}=2y+2z+\lambda yz=0\\ \dfrac{\partial F}{\partial y}=2x+2z+\lambda xz=0\\ \dfrac{\partial F}{\partial z}=2x+2y+\lambda xy=0\\ \dfrac{\partial F}{\partial \lambda}=xyz-V=0\end{cases}$$

解得 $x=y=z=\sqrt[3]{V}$，由实际问题知，所求箱子的表面积存在最小值，即当长、宽、高分别为 $\sqrt[3]{V}$ 时，所用材料最省. ……………………………………………………… 18 分