试卷代号:2020 **座位号**□□

中央广播电视大学2009—2010学年度第二学期“开放专科”期末考试(半开卷)

水利水电专业 高等数学(2)(水) 试题

2010年7月

题号	一	二	三	四	总分
分数					

得分	评卷人

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

从下列每小题的四个选项中,选出一个正确的,将正确答案的字母序号填入括号.

1. 平面 $x+3y-5z=0$ 的位置关系是(　　).

   A. 经过坐标原点

   B. 与 OXZ 面平行

   C. 与 OXY 面平行

   D. 与 X 轴垂直

2. 函数 $z=\frac{1}{\sqrt{y}}\ln(x+y)$ 的定义域为(　　).

   A. $x+y\geqslant 0$ 且 $y\geqslant 0$

   B. $x+y\geqslant 0$ 且 $y>0$

   C. $x+y>0$ 且 $y>0$

   D. $x+y>0$ 且 $y\geqslant 0$

3. 若函数 $z=4x^3y^2$,则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=$(　　).

   A. $8x^3$　　　　B. $12x^2y^2$

   C. $24xy^2$　　　　D. $24x^2y$

4. 由曲面 $z=\sqrt{1-x^2-y^2}$ 和 $z=0$ 所围的体积是(　　).

A. $4\int_0^{\frac{\pi}{2}}d\theta\int_0^1 r\sqrt{1-r^2}\,dr$

B. $4\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}d\theta\int_0^1 r\sqrt{1-r^2}\,dr$

C. $\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^1 \sqrt{1-r^2}\,dr$

D. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}d\theta\int_0^1 \sqrt{1-r^2}\,dr$

5. $\iint\limits_D dxdy=$(　　),其中 D 是由 x 轴、y 轴及直线 $y=1-x$ 围成的区域.

A. 1　　　　B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{3}$　　　　D. $\frac{1}{4}$

得　分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

不写解答过程,将正确答案填在每小题的空格内.

1. 向量 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j}+3\boldsymbol{k}$ 的单位向量 $\boldsymbol{a}^0=$____________________.

2. 球心在点(1,0,−1),半径为 2 的球面方程为____________________.

3. 设 $z=x\ln(x+y)$,则 $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=$________________.

4. 设函数 $z=2x^2y$,则 $dz=$____________________.

5. 累次积分 $\int_0^1 dx\int_{x^2}^{x} f(x,y)dy$ 改变积分次序后的为____________________

________.

得　分	评卷人

三、计算题(每小题 13 分,共 52 分)

1. 求过点$(1,5,-2)$且垂直于平面 $x-2y+z=3$ 的直线方程.

2. 设 $z=f(xy,e^{\frac{z}{x}})$,求$\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial z}{\partial y}$.

3. 计算$\iint\limits_{D}(x^2+y^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$,其中 D 是由抛物线 $y=x^2$ 及 $y=\sqrt{x}$ 所围成的平面区域.

4. 计算上半球体 $x^2+y^2+z^2\leqslant a^2(z\geqslant 0)$的体积.

得　分	评卷人

四、应用题(本题 18 分)

在平面 $2x-y+z=2$ 上求一点,使该点到原点和$(1,0,2)$的距离平方和最小.

试卷代号:2020

中央广播电视大学2009—2010学年度第二学期“开放专科”期末考试(半开卷)

水利水电专业　高等数学(2)(水)　试题答案及评分标准

(供参考)

2010年7月

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. A　　2. C　　3. D　　4. A　　5. B

二、填空题(每小题3分,共15分)

1. $a^0=\frac{1}{\sqrt{14}}(i-2j+3k)$

2. $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=4$

3. $-\frac{x}{(x+y)^2}$

4. $4xy\mathrm{d}x+2x^2\mathrm{d}y$

5. $\int_0^1\mathrm{d}y\int_y^{\sqrt{y}}f(x,y)\mathrm{d}x$

三、计算题(每小题13分,共52分)

1. 解:因为所求直线的方向向量为:

$n=(1,-2,1)$　　……8分

所以直线方程为:

$\frac{x-1}{1}=\frac{y-5}{-2}=\frac{z+2}{1}$　　……13分

2. 解:设 $u=xy,v=e^{\frac{y}{x}}$,由复合函数求导法则

$$\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{\partial z}{\partial u}\cdot\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial z}{\partial v}\cdot\frac{\partial v}{\partial x}=y\frac{\partial z}{\partial u}-\frac{y}{x^2}e^{\frac{y}{x}}\frac{\partial z}{\partial v}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y}=\frac{\partial z}{\partial u}\cdot\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial z}{\partial v}\cdot\frac{\partial v}{\partial y}=x\frac{\partial z}{\partial u}+\frac{1}{x}e^{\frac{y}{x}}\frac{\partial z}{\partial v}$$　　……13分

3. 解：先对 x 后对 y 积分

$$\iint\limits_D (x^2+y^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\int_0^1 \mathrm{d}y\int_{y^2}^{\sqrt{y}}(x^2+y^2)\mathrm{d}x=\int_0^1\left(\frac{1}{3}x^3+y^2x\right)\Big|_{y^2}^{\sqrt{y}}\mathrm{d}y=\frac{6}{35}$$ ……13 分

4. 解：根据二重积分的几何意义可知，所求立体的体积为

$$V=\iint\limits_D \sqrt{a^2-x^2-y^2}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

其中 D 为：$x^2+y^2\leqslant a^2$， ……5 分

用极坐标计算，则

$$V=\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^a\sqrt{a^2-r^2}\,r\mathrm{d}r$$

$$=2\pi\left(-\frac{1}{3}\right)(a^2-r^2)^{\frac{3}{2}}\Big|_0^a=\frac{2}{3}\pi a^3$$ ……13 分

四、应用题（本题 18 分）

解：设所求点为 (x,y,z)，该点到原点和 $(1,0,2)$ 的距离平方和函数为

$l=x^2+y^2+z^2+(x-1)^2+y^2+(z-2)^2$，

其中 $2x-y+z-2=0$，由拉格朗日乘数法得

$F(x,y,z,\lambda)=x^2+y^2+z^2+(x-1)^2+y^2+(z-2)^2+\lambda(2x-y+z-2)$

$$\begin{cases}\dfrac{\partial F}{\partial x}=2x+2(x-1)+2\lambda=0\\[2ex]\dfrac{\partial F}{\partial y}=2y+2y-\lambda=0\\[2ex]\dfrac{\partial F}{\partial z}=2z+2(z-2)+\lambda=0\\[2ex]\dfrac{\partial F}{\partial \lambda}=2x-y+z-2=0\end{cases}$$

解得 $x=\frac{1}{2},y=0,z=1$ ……15 分

由于驻点唯一，且本问题存在着最小值，所以平面上的点 $(\frac{1}{2},0,1)$ 到原点和 $(1,0,2)$ 的距离平方和最小． ……18 分