试卷代号:2033 **座位号**□□

中央广播电视大学2009—2010学年度第二学期“开放专科”期末考试

高等数学(B)(1) 试题

2010年7月

题号	一	二	三	总分
分数				

得分	评卷人

一、判断题(在每题的括号内填上是或否,每题5分,共50分)

1. 微分学主要源于两个问题的研究,一个是作曲线切线的问题,一个是求函数的最大最小值的问题. ( )

2. 一物体以 $v=t^2-3t+8$(米/秒)速度运动,则其在前30秒的平均速度为260(米/秒). ( )

3. 微分具有双重意义,它既表示一个微小的量. 又表示一种与求导密切相关的运算. ( )

4. 本课程介绍了两个重要的极限,一个是0,另一个是∞. ( )

5. 无论是微商还是微分,都是逐点定义的,它研究的是函数在某一区间的性质. ( )

6. 我国春秋战国时期的《庄子·天下篇》中说:“一尺之棰,日取其半,万世不竭”,就是指一种数学模型的思想. ( )

7. 函数 $y=\sin x$ 在 $(0,2\pi)$ 内的单调下降区间:$\frac{\pi}{2}\leqslant x\leqslant\frac{3\pi}{2}$. ( )

8. 微积分的诞生标志着高等数学的开始,高等数学的研究对象、研究方法都与初等数学表现出重大差异. 初等数学应当为高等数学做如下四项准备:发展符号意识、培养严密的逻辑思维、培养抽象思维能力、发展变化意识. ( )

9. 人类对数的认识来源于实践,最早认识的数是自然数,而后引入负数、分数. 无理数出现在古希腊时期,它的出现曾引发了数学史上的第一次危机. 复数是在解三次方程式出现的. 本课程讨论的问题主要限制在实数范围内,因而实数数系包括整数和分数. ( )

10. 任何函数都存在反函数. ( )

得　分	评卷人

二、计算题(每题 7 分,共 35 分)

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{1}{2x}\right)^{x+1}$.

2. 求$\int x^2 e^{-x}\,dx$.

3. 求 $y=\log_a\sqrt{x}$ 的导数.

4. 求 $f(x)=2x^2$ 的原函数 $F(x)$,要求满足 $F(1)=2$.

5. 求函数 $f(x)=\sqrt[3]{(2x-x^2)^2}$ 的单调增减区间.

得　分	评卷人

三、应用题(15 分)

已知 $x_1=2,x_2=1$ 都是函数 $y=a\ln x+bx^2+x$ 的极值点,求 a、b 的值.

试卷代号:2033

中央广播电视大学2009—2010学年度第二学期"开放专科"期末考试

高等数学(B)(1) 试题答案及评分标准

(供参考)

2010年7月

一、判断题(每题5分,共50分)

1. 是　　2. 否　　3. 是　　4. 否　　5. 是

6. 否　　7. 是　　8. 是　　9. 否　　10. 否

二、计算题(每题7分,共35分)

1. 解:$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\frac{1}{2x}\right)^{x+1}$

$=\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{-2x}\right)^{-2x\cdot(\frac{1}{-2})}\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\frac{1}{2x}\right)$ ………… 2分

$=\left[\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{-2x}\right)^{-2x}\right]^{\frac{1}{-2}}\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\frac{1}{2x}\right)$ ………… 2分

$=e^{-\frac{1}{2}}\cdot 1$ ………… 2分

$=\frac{1}{\sqrt{e}}$ ………… 1分

2. 解:$\int x^2e^{-x}dx$

$=\int x^2(-e^{-x})'dx$ ………… 2分

$=x^2(-e^{-x})-\int(-e^{-x})(x^2)'dx$ ………… 1分

$=x^2(-e^{-x})+2\int(-e^{-x})xdx$ ………… 1分

$=-x^2e^{-x}+2[x(-e^{-x})-\int(-e^{-x})x'dx]$ ………… 1分

$=-x^2e^{-x}-2xe^{-x}+2\int e^{-x}dx$ ………… 1分

$=-x^2e^{-x}-2xe^{-x}-2e^{-x}+C$ ………… 1分

3. 解：$y'=\frac{1}{\sqrt{x}}\log_a e\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}$ …………………………………………………… 3 分

$=\frac{1}{2x}\log_a e$ …………………………………………………………… 2 分

$=\frac{1}{2x\ln a}$ …………………………………………………………… 2 分

4. 解：$F(x)=\int 2x^2\mathrm{d}x=\frac{2}{3}x^3+C$ ………………………………………… 2 分

由题意 $F(1)=2=\frac{2}{3}+C$ ……………………………………………………… 2 分

得 $C=\frac{4}{3}$ …………………………………………………………………… 2 分

所以 $F(x)=\frac{2}{3}x^3+\frac{4}{3}$ ……………………………………………………… 1 分

5. 解：$f(x)=(2x-x^2)^{\frac{2}{3}}$，则 $f'(x)=\frac{4(1-x)}{3\sqrt[3]{x(2-x)}}$ ………………………………… 1 分

令 $f'(x)=0$，得 $x=1$. …………………………………………………… 1 分

当 $x=0$，$x=2$ 时，$f'(x)$不存在，但 $f(x)$连续． ………………………………… 3 分

所以函数的增减区间为：

$f(x)$在区间$(-\infty,0)$和$(1,2)$内单调减少；…………………………………… 1 分

$f(x)$在区间$(0,1)$和$(2,+\infty)$内单调增加．…………………………………… 1 分

三、应用题(15 分)

解：对函数求导得到函数的极值点

$y'=\frac{a}{x}+2bx+1=0$ ……………………………………………………… 5 分

将 $x_1=2$，$x_2=1$ 代入上式，得到 $\begin{cases}\frac{a}{2}+4b+1=0\\ a+2b+1=0\end{cases}$ ………………………………… 5 分

求得 $\begin{cases}a=-\frac{2}{3}\\ b=-\frac{1}{6}\end{cases}$ ……………………………………………………… 5 分