试卷代号：2067　　　　　　　　　　　　　　　　座位号□□

中央广播电视大学2009—2010学年度第二学期“开放专科”期末考试(半开卷)

计算机数学基础(A)　试题

2010年7月

题　号	一	二	三	四	总　分
分　数					

得　分	评卷人

一、单项选择题(每小题3分，共15分)

1. 设A,B都是n阶矩阵($n>1$)，则下列命题正确的是(　　).

A. $AB=BA$

B. 若$AB=0$，则$A=0$或$B=0$

C. $(A-B)^2=A^2-2AB+B^2$

D. $|AB|=|A||B|$

2. 下列命题正确的是(　　).

A. n个n维向量组成的向量组一定线性相关

B. 向量组$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s,0$的秩至多是$s$

C. 向量组$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$，是线性相关的充分必要条件是以$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$为系数的齐次线性方程组$k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+\cdots+k_s\alpha_s=0$有解

D. 设A是$m\times n$矩阵，且$m<n$，则A的行向量线性相关

3. 设 A,B 是两个相互独立的事件,已知 $P(A)=0.7,P(B)=0.8$,则 $P(AB)=($　　$)$.

A. 0.56

B. 0.75

C. 0.5

D. 0.94

4. 若随机变量 X 的期望和方差分别为 $E(X)$和 $D(X)$,则等式(　　)成立.

A. $D(X)=E[X-E(X)]$

B. $D(X)=E(X^2)-[E(X)]^2$

C. $D(X)=E(X^2)$

D. $D(X)=E(X^2)+[E(X)]^2$

5. 设 x_1,x_2,x_3 是来自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$的样本,则 μ 的无偏估计是(　　).

A. $\frac{x_1+x_2-x_3}{3}$

B. $x_1+x_2+x_3$

C. $x_1+x_2-x_3$

D. $x_1-x_2-x_3$

得　分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,本题共 15 分)

1. 已知 4 阶方阵 A 的行列式 $|A|=1$,又 $|aA|=16$,a 为大于 0 的实数,则 $a=$________.

2. 向量组 $\alpha_1=(1,1,0),\alpha_2=(0,1,1),\alpha_3=(1,0,k)$线性相关,则 $k=$________.

3. 当 $\lambda=$________时,方程组 $\begin{cases} x_1+x_2=1 \\ -x_1-\lambda x_2=-1 \end{cases}$ 有无穷多解.

4. 设随机变量 $X\sim N(-5,4)$,则随机变量________$\sim N(01)$.

5. 若连续型随机变量 X 的密度函数的是 $f(x)=\begin{cases} 2x, 0\leqslant x\leqslant 1 \\ 0, \quad 其它 \end{cases}$,则 $E(X)=$________.

得　分	评卷人

三、计算题(每小题 16 分，本题共 64 分)

1. 设矩阵 $A=\begin{bmatrix}2 & 3 & 4\\1 & 2 & 3\\2 & 3 & 1\end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\1 & 1 & 1\\2 & 3 & 0\end{bmatrix}$，那么 $A-B$ 可逆吗？若可逆，求逆矩阵 $(A-B)^{-1}$.

2. 求线性方程组

$$\begin{cases}x_1-3x_2-2x_3-x_4=1\\3x_1-8x_2-4x_3-x_4=0\\-2x_1+x_2-4x_3+2x_4=1\\-x_1-2x_2-6x_3+x_4=2\end{cases}$$

的全部解.

3. 假设事件 A,B 独立，已知 $P(A)=0.4$，$P(B)=0.7$，求 A 与 B 恰有一个发生的概率.

4. 某一批零件重量 $X\sim N(\mu,0.04)$，随机抽取 4 个零件测得重量(单位：千克)为

14.7，　15.1，　14.8，　15.2

可否认为这批零件的平均重量为 15 千克($\alpha=0.05$)(已知 $u_{0.975}=1.96$)？

得　分	评卷人

四、证明题(本题 6 分)

可逆的对称矩阵的逆矩阵也是对称矩阵.

试卷代号:2067

中央广播电视大学2009—2010学年度第二学期"开放专科"期末考试(半开卷)

计算机数学基础(A)　试题答案及评分标准

(供参考)

2010年7月

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1. D　　2. B　　3. A　　4. B　　5. C

二、填空题(每小题3分,本题共15分)

1. 2

2. -1

3. 1

4. $\dfrac{X+5}{2}$

5. $\dfrac{2}{3}$

三、计算题(每小题16分,本题共64分)

1. 解:因为 $|A-B|=\begin{vmatrix}1&2&3\\0&1&2\\0&0&1\end{vmatrix}=1\neq0$

所以 $A-B$ 可逆. ………………………………………………………… 8分

又因为 $(A-B\ I)=\begin{bmatrix}1&2&3&1&0&0\\0&1&2&0&1&0\\0&0&1&0&0&1\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1&2&0&1&0&-3\\0&1&0&0&1&-2\\0&0&1&0&0&1\end{bmatrix}$

$\to\begin{bmatrix}1&0&0&1&-2&1\\0&1&0&0&1&-2\\0&0&1&0&0&1\end{bmatrix}$ ………………………………………… 14分

所以 $(A-B)^{-1}=\begin{bmatrix}1&-2&1\\0&1&-2\\0&0&1\end{bmatrix}$. ………………………………………… 16分

2. 解:将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{bmatrix}1&-3&-2&-1&1\\3&-8&-4&-1&0\\-2&1&-4&2&1\\-1&-2&-6&1&2\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1&-3&-2&-1&1\\0&1&2&2&-3\\0&-5&-8&0&3\\0&-5&-8&0&3\end{bmatrix}$$

$$\rightarrow\begin{bmatrix}1 & -3 & -2 & -1 & 1\\0 & 1 & 2 & 2 & -3\\0 & 0 & 2 & 10 & -12\\0 & 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}\rightarrow\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & -15 & 16\\0 & 1 & 0 & -8 & 9\\0 & 0 & 1 & 5 & -6\\0 & 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

此时齐次方程组一般解为

$$\begin{cases}x_1=15x_4\\x_2=8x_4\\x_3=-5x_4\end{cases}\quad（x_4\text{ 是自由未知量}）$$

令 $x_4=1$，得齐次方程组的一个基础解系

$X_1=[15\quad 8\quad -5\quad 1]'$ ………………………………………………………… 12 分

令 $x_4=0$，得非齐次方程组的一个特解

$X_0=[16\quad 9\quad -6\quad 0]'$

由此得原方程组的全部解为

$X=X_0+kX_1$ （其中 k 为任意常数） …………………………………………… 16 分

3. 解：A 与 B 恰有一个发生的事件为

$A\bar{B}+\bar{A}B$ ………………………………………………………… 6 分

于是

$P(A\bar{B}+\bar{A}B)=P(A\bar{B})+P(\bar{A}B)=P(A)P(\bar{B})+P(\bar{A})P(B)$

$=0.4\times0.3+0.6\times0.7=0.54$ ………………………………………… 16 分

4. 解：零假设 $H_0:\mu=15$. 由于已知 σ^2，故选取样本函数

$$U=\frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$$

经计算得

$$\bar{x}=14.95,\left|\frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right|=\left|\frac{14.95-15}{0.2/\sqrt{4}}\right|=0.5$$

已知 $u_{0.975}=1.96$，

$$\left|\frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right|=0.5<1.96=u_{0.975}$$

故接受零假设，即可以认为这批零件的平均重量为 15 千克 …………………………… 16 分

四、证明题（本题 6 分）

证明：设 A 可逆，且 $A'=A$

则 $(A^{-1})'=(A')^{-1}=A^{-1}$，所以 A^{-1} 也是对称矩阵. 证毕. ………………………… 6 分