

试卷代号:2006

座位号

中央广播电视大学 2009—2010 学年度第一学期“开放专科”期末考试

### 经济数学基础 试题

2010 年 1 月

题号	一	二	三	四	五	总分
分数						

导数基本公式

$$(c)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} (a > 0, a \neq 1)$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a (a > 0, a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^a dx = \frac{1}{a+1} x^{a+1} + c (a \neq -1)$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c (a > 0, a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

得分	评卷人

一、单项选择题(每小题 3 分,共 15 分)

1. 设  $f(x) = \frac{1}{x}$ , 则  $f(f(x)) = ( \quad )$ .

A.  $\frac{1}{x}$

B.  $\frac{1}{x^2}$

C.  $x$

D.  $x^2$

2. 已知  $f(x) = \frac{x}{\sin x} - 1$ , 当( )时,  $f(x)$  为无穷小量.

A.  $x \rightarrow 0$

B.  $x \rightarrow 1$

C.  $x \rightarrow -\infty$

D.  $x \rightarrow +\infty$

3. 若  $F(x)$  是  $f(x)$  的一个原函数, 则下列等式成立的是( ).

A.  $\int_a^x f(x) dx = F(x)$

B.  $\int_a^x f(x) dx = F(x) - F(a)$

C.  $\int_a^b F(x) dx = f(b) - f(a)$

D.  $\int_a^b f'(x) dx = F(b) - F(a)$

4. 以下结论或等式正确的是( ).

A. 若  $A, B$  均为零矩阵, 则有  $A = B$

B. 若  $AB = AC$ , 且  $A \neq O$ , 则  $B = C$

C. 对角矩阵是对称矩阵

D. 若  $A \neq O, B \neq O$ , 则  $AB \neq O$

5. 线性方程组  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 + x_2 = 0 \end{cases}$  解的情况是( ).

A. 有无穷多解

B. 只有零解

C. 有唯一解

D. 无解

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

6. 设  $f(x) = \frac{10^x + 10^{-x}}{2}$ , 则函数的图形关于\_\_\_\_\_对称.

7. 函数  $y = 3(x-1)^2$  的驻点是\_\_\_\_\_.

8. 若  $\int f(x)dx = F(x) + c$ , 则  $\int e^{-x} f(e^{-x})dx =$ \_\_\_\_\_.

9. 设矩阵  $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ ,  $I$  为单位矩阵, 则  $(I - A)^T =$ \_\_\_\_\_.

10. 齐次线性方程组  $AX = 0$  的系数矩阵为  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ , 则此方程组的一般解

为\_\_\_\_\_.

得 分	评卷人

三、微积分计算题(每小题 10 分,共 20 分)

11. 设  $y = \sqrt{\ln x} + e^{-2x}$ , 求  $dy$ .

12. 计算积分  $\int_0^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} x \sin x^2 dx$ .

得 分	评卷人

四、代数计算题(每小题 15 分,共 30 分)

13. 设矩阵  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ , 求解矩阵方程  $XA = B$ .

14. 讨论当  $a, b$  为何值时, 线性方程组  $\begin{cases} x_1 + x_3 = 2 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - ax_3 = b \end{cases}$  无解, 有唯一解, 有无穷多解.

得 分	评卷人

五、应用题(本题 20 分)

15. 生产某产品的边际成本为  $C'(q) = 8q$ (万元 / 百台), 边际收入为  $R'(q) = 100 - 2q$ (万元 / 百台), 其中  $q$  为产量, 问产量为多少时, 利润最大? 从利润最大时的产量再生产 2 百台, 利润有什么变化?

试卷代号:2006

中央广播电视大学 2009—2010 学年度第一学期“开放专科”期末考试

经济数学基础 试题答案及评分标准

(供参考)

2010 年 1 月

一、单项选择题(每小题 3 分,共 15 分)

1. C                  2. A                  3. B                  4. C                  5. D

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

6.  $y$  轴

7.  $x=1$

8.  $-F(e^{-x}) + c$

9.  $\begin{bmatrix} 0 & -4 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$

10.  $\begin{cases} x_1 = -2x_3 - x_4 \\ x_2 = 2x_4 \end{cases}$ ,  $(x_3, x_4)$  是自由未知量

三、微积分计算题(每小题 10 分,共 20 分)

11. 解:因为  $y' = \frac{1}{2\sqrt{\ln x}}(\ln x)' - 2e^{-2x} = \frac{1}{2x\sqrt{\ln x}} - 2e^{-2x}$  7 分

所以  $dy = (\frac{1}{2x\sqrt{\ln x}} - 2e^{-2x})dx$  10 分

12. 解:  $\int_0^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} x \sin x^2 dx = \frac{1}{2} \int_0^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} \sin x^2 dx^2$  3 分

$= -\frac{1}{2} \cos x^2 \Big|_0^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} = \frac{1}{2}$  10 分

四、线性代数计算题(每小题 15 分,共 30 分)

13. 解:因为

$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 5 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -3 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$  8 分

即  $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$  10分

所以,  $X = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$  15分

14. 解: 因为  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -a & b \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & -a-2 & b-4 \end{bmatrix}$

$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -a-1 & b-3 \end{bmatrix}$

9分

所以当  $a = -1$  且  $b \neq 3$  时, 方程组无解; 11分

当  $a \neq -1$  时, 方程组有唯一解; 13分

当  $a = -1$  且  $b = 3$  时, 方程组有无穷多解. 15分

#### 五、应用题(本题 20分)

15. 解:  $L'(q) = R'(q) - C'(q) = (100 - 2q) - 8q = 100 - 10q$  5分

令  $L'(q) = 0$ , 得  $q = 10$ (百台) 8分

又  $q = 10$  是  $L(q)$  的唯一驻点, 该问题确实存在最大值, 故  $q = 10$  是  $L(q)$  的最大值点, 即当产量为 10(百台) 时, 利润最大. 12分

又  $\Delta L = \int_{10}^{12} L'(q) dq = \int_{10}^{12} (100 - 10q) dq = (100q - 5q^2) \Big|_{10}^{12} = -20$  18分

即从利润最大时的产量再生产 2 百台, 利润将减少 20 万元. 20分