

试卷代号:2022

座位号

中央广播电视大学 2009—2010 学年度第一学期“开放专科”期末考试(半开卷)

高等数学(1) 试题

2010 年 1 月

题 号	一	二	三	四	总 分
分 数					

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题 3 分,共 15 分)

1. 奇函数的图形关于()对称.

A. $y=x$

B. x 轴

C. y 轴

D. 坐标原点

2. 下列等式中正确的是().

A. $\lim_{x \rightarrow \infty} 2^x = 1$

B. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 1$

C. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$

D. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 0$

3. 下列等式中正确的是().

A. $d(2\sqrt{x}) = \frac{dx}{\sqrt{x}}$

B. $d(\frac{1}{x^2}) = -\frac{dx}{x}$

C. $d(\frac{1}{x}) = \ln x dx$

D. $d(\cos x) = \sin x dx$

4. 设 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的一个原函数, 则 $\int \frac{f(\ln x)}{x} dx = ()$.

A. $\frac{F(x)}{x} + C$

B. $F(\ln x) + C$

C. $\frac{F(\ln x)}{x} + C$

D. $-F(\ln x) + C$

5. $x^5 y^{(4)} - 4(y^{(2)})^3 = \sin x$ 是()阶微分方程.

A. 5

B. 2

C. 6

D. 4

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

1. 函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+3}}$ 的定义域是_____.

2. 函数 $y = \frac{\sin x - 3}{x - 2}$ 的间断点是_____.

3. 函数 $f(x) = 2^{-x}$ 是单调_____的函数.

4. 若 $\int f(x) dx = \sin x + C$, 则 $f(x) =$ _____.

5. 当 $|q|$ _____ 时, 级数 $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ 收敛.

得 分	评卷人

三、计算题(每小题 9 分,共 54 分)

1. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 3x + 2}$.

2. 设 $y = \sin^2 x + \ln x$, 求 y' .

3. 函数 $y = y(x)$ 由方程 $y^2 \cos x = 2x + e^x$ 所确定, 求 dy .

4. $\int \frac{\sin \frac{1}{x}}{x^2} dx$.

5. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{5^n} x^n$ 的收敛半径.

6. 求微分方程 $y' + 2y = 4x$ 的通解.

得 分	评卷人

四、应用题(本题 16 分)

矩形的面积为 V , 问长和宽等于多少时, 该矩形的周长最小?

试卷代号:2022

中央广播电视大学 2009—2010 学年度第一学期“开放专科”期末考试(半开卷)

高等数学(1) 试题答案及评分标准

(供参考)

2010 年 1 月

一、单项选择题(每小题 3 分,共 15 分)

1. D 2. C 3. A 4. B 5. D

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

1. $(-3, +\infty)$
2. $x=2$
3. 减少
4. $\cos x$
5. <1

三、计算题(每小题 9 分,共 54 分)

1. 解: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+x-6}{x^2-3x+2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+3)(x-2)}{(x-1)(x-2)}$
 $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+3}{x-1} = 5$ 9 分

2. 解: $y' = 2\sin x \cos x + \frac{1}{x}$ 9 分

3. 解: 对方程两端求微分得

左端 $= d(y^2 \cos x) = \cos x d(y^2) + y^2 d(\cos x) = 2y \cos x dy - y^2 \sin x dx$

右端 $= d(2x + e^y) = d(2x) + d(e^y) = 2dx + e^y dy$

由此得

$$2y \cos x dy - y^2 \sin x dx = 2dx + e^y dy$$

整理得

$$dy = \frac{2 + y^2 \sin x}{2y \cos x - e^y} dx$$
 9 分

4. 解:由换元积分法得

$$\int \frac{\sin \frac{1}{x}}{x^2} dx = -\int \sin \frac{1}{x} d\left(\frac{1}{x}\right) = \cos \frac{1}{x} + c \dots\dots\dots 9 \text{分}$$

5. 解:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{(n+1)^2}{5^{n+1}}}{\frac{n^2}{5^n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{5} \left(\frac{n+1}{n}\right)^2 = \frac{1}{5}$$

可知原幂级数的收敛半径为 5. 9 分

6. 解:已知 $P(x)=2, Q(x)=4x$, 由一阶线性微分方程的通解公式得

$$\begin{aligned} y &= e^{-2x} \left(\int 4xe^{2x} dx + c \right) \\ &= e^{-2x} \left(\int 2xd(e^{2x}) + c \right) \\ &= e^{-2x} (2xe^{2x} - \int 2e^{2x} dx + c) = e^{-2x} (2xe^{2x} - e^{2x} + c) \\ &= 2x - 1 + ce^{-2x} \dots\dots\dots 9 \text{分} \end{aligned}$$

四、应用题(本题 16 分)

解:设该矩形的长和宽为 x, y , 周长为 S , 则有

$$S=2(x+y)$$

已知矩形的面积为 V , 得

$$V=xy$$

将 $y=\frac{V}{x}$ 代入周长公式得

$$S=2\left(x+\frac{V}{x}\right)$$

$$S'=2-\frac{2V}{x^2}$$

令 $S'=0$ 得 $x=\sqrt{V}, y=\sqrt{V}, S''(\sqrt{V})>0$, 易知所求点为最小值点, 即矩形长和宽都等于 \sqrt{V} 时, 该矩形的周长最小. 16 分