

试卷代号:2033

座位号

中央广播电视大学 2009—2010 学年度第一学期“开放专科”期末考试

高等数学(B)(1) 试题

2010 年 1 月

题号	一	二	三	总分
分数				

得分	评卷人

一、判断题(在每题的括号内填上是或否,每题 5 分,共 50 分)

1. 在数学中必须考虑的运算有两类:加法运算与减法运算. ()
2. 微分学研究的是函数的局部性态,无论是微商概念,还是微分概念,都是逐点给出的. 数学家研究函数的局部性质,其目的在于从局部性质去研究函数的整体性质. ()
3. 积分学包含定积分和不定积分两大部分,不定积分的目的是提供思想方法. ()
4. 对应于加法运算的逆运算是减法运算,对应于乘法运算的逆运算是除法运算,对应于正整数乘方运算的逆运算是开方运算,对应于微分运算的逆运算是积分运算. ()
5. $y = \frac{1}{2x^2}$ 的微分为 $dy = x^{-3} dx$. ()
6. 极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x$ 的值为 e. ()
7. 函数 $f(x) = \log_a x$ 的二阶导数为 $y'' = -\frac{\log_a e}{x^2}$. ()
8. 函数的对称性表现在函数的奇偶性和函数的周期性上. ()
9. 函数在某点 a 有定义,则该函数在点 a 连续. ()
10. 导数是一种特殊极限,因而它不遵循极限运算的法则. ()

得 分	评卷人

二、计算题(每题 7 分,共 35 分)

1. $y = \sqrt{\ln \sqrt{x}}$ 可以看成由哪些基本初等函数复合而成? 求其定义域.

2. 求 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{x} - 1}$.

3. 求 $y = x(\ln x)$ 的导数.

4. 求函数 $f(x) = \sqrt[3]{(2x - x^2)^2}$ 的单调增减区间.

5. 若函数存在二阶导数,求函数 $y = \ln x$ 的二阶导数 y'' .

得 分	评卷人

三、应用题(15 分)

在一页书上所印的文字要占 l 平方厘米,上下页边空白要留 a 厘米宽,左右要留 b 厘米宽.若只注意节约纸张,问以如何的篇幅最为有利?

试卷代号:2033

中央广播电视大学 2009—2010 学年度第一学期“开放专科”期末考试

高等数学(B)(1) 试题答案及评分标准

(供参考)

2010 年 1 月

一、判断题(每题 5 分,共 50 分)

1. 否 2. 是 3. 否 4. 是 5. 否
6. 否 7. 是 8. 是 9. 否 10. 否

二、计算题(每题 7 分,共 35 分)

1. 解: $y = \sqrt{\ln \sqrt{x}}$ 可以分解成

$$y = \sqrt{u}, u = \ln v, v = \sqrt{x} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

求 $y = \sqrt{\ln \sqrt{x}}$ 定义域:

$$\text{要求满足 } \ln \sqrt{x} \geq 0, \text{ 则要 } \sqrt{x} \geq 1, \text{ 即 } x \geq 1 \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\text{所以 } y = \sqrt{\ln \sqrt{x}} \text{ 定义域为 } [1, +\infty). \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

2. 解: 分子分母同乘以 $(\sqrt{x} + 1)(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1)$ $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{x} - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(\sqrt{x} + 1)}{(x-1)(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1)} \dots\dots\dots 2 \text{ 分} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1} \dots\dots\dots 2 \text{ 分} \\ &= \frac{2}{3} \dots\dots\dots 1 \text{ 分} \end{aligned}$$

3. 解: $y = x(\ln x)$ 的导数为

$$y' = x \cdot \frac{1}{x} + \ln x \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$= 1 + \ln x \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

4. 解: $f(x) = (2x - x^2)^{\frac{2}{3}}$, 则 $f'(x) = \frac{4(1-x)}{3\sqrt[3]{x(2-x)}}$ 1分

令 $f'(x) = 0$, 得 $x = 1$ 1分

当 $x = 0, x = 2$ 时, $f'(x)$ 不存在, 但 $f(x)$ 连续. 3分

所以函数的增减区间为:

$f(x)$ 在区间 $(-\infty, 0)$ 和 $(1, 2)$ 内单调减少; 1分

$f(x)$ 在区间 $(0, 1)$ 和 $(2, +\infty)$ 内单调增加. 1分

5. 解: $y'_x = \frac{1}{x}$ 3分

$y'_x = -\frac{1}{x^2}$ 4分

三、应用题(15分)

解: 设纸面的尺寸高为 $2x$, 宽为 $2y$, 则因 $(2x - 2a) \cdot (2y - 2b) = l$, 即 $y = b + \frac{l}{4(x-a)}$

..... 3分

纸张的面积 $g = 2x \cdot 2y = 4bx + \frac{lx}{x-a}$ 3分

对 x 求导, $g' = \frac{4b(x-a)^2 - al}{(x-a)^2}$, 令 $g' = 0$, 在 $(a, +\infty)$ 内只有一个驻点 $x = a + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{al}{b}}$,

且 $g'' = \frac{2al}{(x-a)^3} > 0$, 6分

所以, 当 $x = a + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{al}{b}}$, 纸张面积极小. 3分