试卷代号:2133　　　　座位号□□

中央广播电视大学2009—2010学年度第一学期"开放专科"期末考试(半开卷)

电子信技专业　高等数学(2)　试题

2010年1月

题　号	一	二	三	四	总　分
分　数					

得　分	评卷人

一、填空题(每小题3分,本题共15分)

1. 两向量 a,b 满足 $a//b$ 的充分必要条件是________.

2. 设函数 $z=2x^3y^2$,则 $\frac{\partial z}{\partial y}=$________.

3. 若改变累次积分的次序,则 $\int_0^1 dx\int_{x^2}^{x} f(x,y)dy=$________________.

4. 若 $\oint_l e^x \sin y dx+e^x \cos y dy=$________,其中 l 为圆周 $(x-1)^2+y^2=1$.

5. 若 $f(x)$ 是定义在区间 $[-\pi,\pi]$ 上的奇函数,则 $f(x)$ 的傅氏系数________$=0$.

得　分	评卷人

二、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1. 平面 $x+3y-1=0$ 的位置关系是(　　).

   A. 与 Y 轴平行

   B. 与 Z 轴平行

   C. 与 X 轴平行

   D. 与 X 轴垂直

2. 若函数 $z=5^x\sin y$,则$\frac{\partial z}{\partial x}$=(　　).

A. $5^x\cos y$

B. $5^x\ln5\cos y$

C. $5^x\ln5\sin y$

D. $5^x\sin y$

3. $\iint\limits_D 2\mathrm{d}x\mathrm{d}y$=(　　),其中 D 是区域:$x^2+y^2\leqslant4,y\leqslant0$.

A. $\frac{\pi}{2}$

B. π

C. 2π

D. 4π

4. 下列曲线积分中与路径无关的是(　　).

A. $\int_c 3x^2y^2\mathrm{d}x+2x^3y\mathrm{d}y$

B. $\int_c x^2y\mathrm{d}x+2x^3y\mathrm{d}y$

C. $\int_c 3x^2y^2\mathrm{d}x+2x^2y\mathrm{d}y$

D. $\int_c 3x^2y\mathrm{d}x+2x^3y\mathrm{d}y$

5. 设 $f(x)$是$(-\pi,\pi)$上的偶函数,则 $f(x)$的傅里叶系数 a_n=(　　)$(n=0,1,2,\cdots)$.

A. 0

B. $\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{0} f(x)\cos nx\mathrm{d}x$

C. $\frac{1}{\pi}\int_{0}^{\pi} f(x)\cos nx\mathrm{d}x$

D. $\frac{2}{\pi}\int_{0}^{\pi} f(x)\cos nx\mathrm{d}x$

得　分	评卷人

三、计算题(每小题 13 分,本题共 52 分)

1. 求过点(1,0,3)且平行于平面 $2x+5y=3$ 的平面方程.

2. 设 $z=f(x+y^2,x^2y)$,求 dz.

3. 计算 $\iint\limits_D y\mathrm{d}x\mathrm{d}y$,其中 D 是由 $y^2=x$ 与 $x=4$ 围成的区域.

4. 将函数 $f(x)=|x|(-\pi<x\leqslant\pi)$ 展成周期为 2π 的傅里叶级数.

得　分	评卷人

四、(本题 18 分)

在一个半径为 R 的半圆内内接一个矩形,矩形的边长取何值时其面积最大?

试卷代号:2133

中央广播电视大学2009—2010学年度第一学期“开放专科”期末考试(半开卷)

电子信技专业　高等数学(2)　试题答案及评分标准

(供参考)

2010年1月

一、填空题(本题共15分,每小题3分)

1. $a\times b=0$

2. $4x^3y$

3. $\int_0^1 \mathrm{d}y\int_y^{\sqrt{y}} f(x,y)\mathrm{d}x$

4. 0

5. a_n

二、单项选择题(本题共15分,每小题3分)

1. B　　2. C　　3. D　　4. A　　5. D

三、计算题(本题共52分,每小题13分)

1. 解:因为所求平面的法向量为:

$n=(2,5,0)$

所以平面方程为:

$2(x-1)+5(y-0)+0(z-3)=0$

即

$2x+5y-2=0.$ …………………… 13分

2. 解:设 $z=f(u,v)$,其中 $u=x+y^2$,$v=x^2y$,因为

$$\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{\partial z}{\partial u}\cdot\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial z}{\partial v}\cdot\frac{\partial v}{\partial x}=\frac{\partial z}{\partial u}+2xy\frac{\partial z}{\partial v}$$ …………………… 5分

$$\frac{\partial z}{\partial y}=\frac{\partial z}{\partial u}\cdot\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial z}{\partial v}\cdot\frac{\partial v}{\partial y}=2y\frac{\partial z}{\partial u}+x^2\frac{\partial z}{\partial v}$$ …………………… 10分

所以 $\mathrm{d}z=(\frac{\partial z}{\partial u}+2xy\frac{\partial z}{\partial v})\mathrm{d}x+(2y\frac{\partial z}{\partial u}+x^2\frac{\partial z}{\partial v})\mathrm{d}y.$ ………………………………… 13 分

3. 解:将二重积分化为累次积分得

$$\iint_D y\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\int_{-2}^{2}y\mathrm{d}y\int_{y^2}^{4}\mathrm{d}x$$

$$=\int_{-2}^{2}y(4-y^2)\mathrm{d}y=0.$$ ………………………………………………………… 13 分

4. 解:因为 $f(x)$ 为偶函数,故 $b_n=0,n=1,2,\cdots$

$$a_0=\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi}f(x)\mathrm{d}x=\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi}x\mathrm{d}x=\frac{x^2}{\pi}\Big|_0^{\pi}=\pi$$

$$a_n=\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi}f(x)\cos nx\mathrm{d}x=\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi}x\cos nx\mathrm{d}x$$

$$=\frac{2}{n\pi}x\sin nx\Big|_0^{\pi}-\frac{2}{n\pi}\int_0^{\pi}\sin nx\mathrm{d}x$$

$$=\frac{2}{n^2\pi}\cos nx\Big|_0^{\pi}=\frac{2}{n^2\pi}\cdot[(-1)^n-1]$$ ………………………………………………… 10 分

故 $f(x)=\frac{\pi}{2}+\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{-4}{(2n-1)^2\pi}\cos(2n-1)x\quad(-\pi<x\leqslant\pi).$ ……………………… 13 分

四、(本题 18 分)

解:设矩形的长、宽分别为 $2x,y$,则矩形的面积为

$f(x,y)=2xy$

条件函数为 $x^2+y^2=R^2$

作辅助函数 $F(x,y,\lambda)=2xy+\lambda(x^2+y^2-R^2)$ ………………………………… 10 分

由 $$\begin{cases}\frac{\partial F}{\partial x}=2y+2\lambda x=0\\ \frac{\partial F}{\partial y}=2x+2\lambda y=0\\ \frac{\partial F}{\partial \lambda}=x^2+y^2-R^2=0\end{cases}$$

解得 $x=y=\frac{\sqrt{2}}{2}R$,当矩形的长、宽分别为 $\sqrt{2}R$ 与 $\frac{\sqrt{2}}{2}R$ 时面积最大. …………… 18 分