试卷代号:2067 **座位号□□**

中央广播电视大学2009—2010学年度第一学期“开放专科”期末考试(半开卷)

计算机数学基础(A) 试题

2010年1月

题 号	一	二	三	四	总 分
分 数					

得 分	评卷人

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. 已知 $A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 1\\0 & -a & 2\end{bmatrix}$,$B=\begin{bmatrix}0 & \frac{1}{2}\\1 & 0\\1 & \frac{1}{2}\end{bmatrix}$,若 $AB=\begin{bmatrix}1 & 1\\3 & 1\end{bmatrix}$,则 $a=$(　　).

A. 1　　B. -1

C. 0　　D. 2

2. 向量组 $\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}$,$\begin{bmatrix}1\\-1\\0\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}0\\2\\3\end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix}2\\-3\\7\end{bmatrix}$ 的秩是(　　).

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

3. 若 A,B 满足(　　),则 A 与 B 是相互独立.

A. $P(A+B)=P(A)+P(B)$　　B. $P(A-B)=P(A)-P(B)$

C. $P(A|B)=\frac{P(A)}{P(B)}$　　D. $P(AB)=P(A)P(B)$

4. 下列函数中能够作为连续型随机变量的密度函数的是(　　).

A. $f(x)=\begin{cases}5x^4, 0\leqslant x\leqslant 1\\ 0, \quad 其它\end{cases}$

B. $f(x)=\begin{cases}\sin x, 0\leqslant x\leqslant \pi\\ 0, \quad 其它\end{cases}$

C. $f(x)=\begin{cases}2x, 0\leqslant x\leqslant \frac{1}{2}\\ 0, \quad 其它\end{cases}$

D. $f(x)=\begin{cases}1, 0\leqslant x\leqslant \frac{1}{2}\\ 0, \quad 其它\end{cases}$

5. 设 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的样本,则(　　)是统计量.

A. $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$

B. $\frac{x_1-\mu}{\sigma}$

C. $\sigma x_2+\mu$

D. μx_1

得　分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

1. 设 A, B 均为 n 阶可逆矩阵,逆矩阵分别为 A^{-1}, B^{-1},则 $(B^{-1}A')^{-1}=$________.

2. 已知齐次线性方程组 $AX=0$ 中 A 为 3×5 矩阵,则 $r(A)\leqslant$______.

3. 当 $\lambda=$______时,方程组 $\begin{cases}x_1+x_2=1\\ -x_1-\lambda x_2=-1\end{cases}$ 有无穷多解.

4. 已知随机变量 $X\sim\begin{bmatrix}-1 & 0 & 2 & 5\\ 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.5\end{bmatrix}$,那么 $E(X)=$______.

5. 若参数 θ 的两个无偏估计量 $\hat{\theta}_1$ 和 $\hat{\theta}_2$ 满足 $D(\hat{\theta}_1)>D(\hat{\theta}_2)$,则称 $\hat{\theta}_2$ 比 $\hat{\theta}_1$ 更________.

得　分	评卷人

三、计算题(每小题 16 分,共 64 分)

1. 设矩阵 $A=\begin{bmatrix}1 & -1 & 2\\ 2 & -3 & 5\\ 3 & -2 & 4\end{bmatrix}$,求(1)$|A|$,(2)$A^{-1}$.

2. 当 λ 取何值时,线性方程组 $\begin{cases}x_1-x_2+x_4=2\\ x_1-2x_2+x_3+4x_4=3\\ 2x_1-3x_2+x_3+5x_4=\lambda+2\end{cases}$ 有解?在有解的情况下求方程组的全部解.

3. 甲、乙两射手独立地向同一目标射击,甲射手的命中率为 0.7,乙射手的命中率 0.5,今甲、乙两射手各射 1 发,求:

(1)目标被击中的概率;

(2)两发子弹中只有一发击中目标的概率.

4. 从正态总体 $N(\mu,9)$ 中抽取容量为 100 的样本,计算样本均值得 $\bar{x}=21$,求 μ 的置信度为 95%的置信区间.(已知 $u_{0.975}=1.96$)

得　分	评卷人

四、证明题(本题 6 分)

设 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 是线性无关的,证明,$\alpha_1+\alpha_2,\alpha_2+\alpha_3,\alpha_1+\alpha_3$ 也线性无关.

试卷代号:2067

中央广播电视大学2009—2010学年度第一学期"开放专科"期末考试(半开卷)

计算机数学基础(A)　试题答案及评分标准

（供参考）

2010年1月

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. B　　2. C　　3. D　　4. A　　5. A

二、填空题(每小题3分,共15分)

1. $(A^{-1})'B$

2. 3

3. 1

4. 3

5. 有效

三、计算题(每小题16分,共64分)

1. 解:(1) $|A|=\begin{vmatrix}1 & -1 & 2\\ 2 & -3 & 5\\ 3 & -2 & 4\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}1 & -1 & 2\\ 0 & -1 & 1\\ 0 & 1 & -2\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}1 & -1 & 2\\ 0 & -1 & 1\\ 0 & 0 & -1\end{vmatrix}=1$ ……………… 6分

(2)利用初等行变换得

$$\begin{bmatrix}1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0\\ 2 & -3 & 5 & 0 & 1 & 0\\ 3 & -2 & 4 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 1 & -2 & 1 & 0\\ 0 & 1 & -2 & -3 & 0 & 1\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 1 & -2 & 1 & 0\\ 0 & 0 & -1 & -5 & 1 & 1\end{bmatrix}$$

$$\to\begin{bmatrix}1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & -1 & 2 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 5 & -1 & -1\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1 & -1 & 0 & -9 & 2 & 2\\ 0 & 1 & 0 & 7 & -2 & -1\\ 0 & 0 & 1 & 5 & -1 & -1\end{bmatrix}$$

$$\to\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & -2 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0 & 7 & -2 & -1\\ 0 & 0 & 1 & 5 & -1 & -1\end{bmatrix}$$

即 $A^{-1}=\begin{bmatrix}-2 & 0 & 1\\ 7 & -2 & -1\\ 5 & -1 & -1\end{bmatrix}$ ………………………………………………………… 16 分

2. 解：将方程组的增广矩阵化为阶梯形

$$\begin{bmatrix}1 & -1 & 0 & 1 & 2\\ 1 & -2 & 1 & 4 & 3\\ 2 & -3 & 1 & 5 & \lambda+2\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1 & -1 & 0 & 1 & 2\\ 0 & -1 & 1 & 3 & 1\\ 0 & -1 & 1 & 3 & \lambda-2\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1 & -1 & 0 & 1 & 2\\ 0 & -1 & 1 & 3 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda-3\end{bmatrix}$$

$$\to\begin{bmatrix}1 & 0 & -1 & -2 & 1\\ 0 & 1 & -1 & -3 & -1\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda-3\end{bmatrix}$$

由此可知当 $\lambda\neq3$ 时，方程组无解. 当 $\lambda=3$ 时，方程组有解. ……………………………… 8 分

此时齐次方程组化为

$$\begin{cases}x_1=x_3+2x_4\\ x_2=x_3+3x_4\end{cases}$$

分别令 $x_3=1,x_4=0$ 及 $x_3=0,x_4=1$，得齐次方程组的一个基础解系

$X_1=[1\quad 1\quad 1\quad 0]',X_2=[2\quad 3\quad 0\quad 1]'$ ……………………………………………… 12 分

令 $x_3=0,x_4=0$，得非齐次方程组的一个特解

$X_0=[1\quad -1\quad 0\quad 0]'$

由此得原方程组的全部解为

$X=X_0+k_1X_1+k_2X_2$ （其中 k_1,k_2 为任意常数）……………………………………………… 16 分

3. 解：设 A=｛甲击中目标｝，B=｛乙击中目标｝，则 $A+B$=｛目标被击中｝，$A\overline{B}+\overline{A}B$=｛恰有一发击中目标｝. 于是

(1) $P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$

$=P(A)+P(B)-P(A)P(B)$

$=0.7+0.5-0.35=0.85$ ……………………………………………………… 8 分

(2) $P(A\overline{B}+\overline{A}B)=P(A\overline{B})+P(\overline{A}B)=P(A)P(\overline{B})+P(\overline{A})P(B)$

$=0.7\times0.5+0.3\times0.5=0.5$ ………………………………………………… 16 分

4. 解：已知 $\sigma=3, n=100$，且 $u=\dfrac{\overline{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$ …………………………………… 4 分

因为 $\overline{x}=21, u_{1-\frac{\alpha}{2}}=1.96$，且

$u_{1-\frac{\alpha}{2}}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}=1.96\times\dfrac{3}{\sqrt{100}}=0.588$ …………………………………………………… 10 分

所以，置信度为 95%的 μ 的置信区间为：

$[\overline{x}-u_{1-\frac{\alpha}{2}}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x}+u_{1-\frac{\alpha}{2}}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}]=[20.412, 21.588]$ …………………………………… 16 分

四、证明题（本题 6 分）

证明：设有一组数 k_1, k_2, k_3，使得

$k_1(\alpha_1+\alpha_2)+k_2(\alpha_1+\alpha_3)+k_3(\alpha_1+\alpha_3)=0$

成立，即 $(k_1+k_3)\alpha_1+(k_1+k_2)\alpha_2+(k_2+k_3)\alpha_3=0$，由已知 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关，

故有

$$\begin{cases} k_1+k_3=0 \\ k_1+k_2=0 \\ k_2+k_3=0 \end{cases}$$

该方程组只有零解，得 $k_1=k_2=k_3=0$，故 $\alpha_1+\alpha_2, \alpha_2+\alpha_3, \alpha_1+\alpha_3$ 是线性无关的.

证毕. …………………………………………………………………………………… 6 分