试卷代号:2332　　　　座位号

中央广播电视大学2009—2010学年度第一学期"开放专科"期末考试

高等数学基础　试题

2010年1月

题　号	一	二	三	四	总　分
分　数					

得　分	评卷人

一、单项选择题(每小题4分,本题共20分)

1. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty,+\infty)$,则函数 $f(x)-f(-x)$ 的图形关于(　　)对称.

A. 坐标原点

B. x 轴

C. y 轴

D. $y=x$

2. 当 $x\to 0$ 时,变量(　　)是无穷小量.

A. $\frac{1}{x}$

B. $\frac{\sin x}{x}$

C. $\ln(x+2)$

D. $x\sin\frac{1}{x}$

3. 设 $f(x)$在 x_0 可导,则 $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(x_0-h)-f(x_0)}{2h}=$(　　).

A. $\frac{1}{2}f'(x_0)$　　B. $2f'(x_0)$

C. $-\frac{1}{2}f'(x_0)$　　D. $-2f'(x_0)$

4. 若 $\int f(x)\mathrm{d}x=F(x)+c$,则 $\int\frac{1}{\sqrt{x}}f(\sqrt{x})\mathrm{d}x=$(　　).

A. $F(\sqrt{x})$

B. $2F(\sqrt{x})+c$

C. $\frac{1}{\sqrt{x}}F(\sqrt{x})+c$

D. $\frac{1}{2}F(\sqrt{x})+c$

5. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(x\cos x-2x^7+2)\mathrm{d}x=$(　　).

A. 2π

B. π

C. $\frac{\pi}{2}$

D. 0

得　分	评卷人

二、填空题(每小题 4 分,共 20 分)

1. 函数 $y=\ln(x+5)-\frac{1}{\sqrt{2-x}}$的定义域是____________.

2. $\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{1}{2x})^x=$________.

3. 曲线 $f(x)=x^2+2$ 在点(1,3)处的切线斜率是________.

4. 函数 $y=\ln(1+x^2)$的单调增加区间是____________.

5. 若 $\int f(x)\mathrm{d}x=\tan x+c$,则 $f(x)=$____________.

得　分	评卷人

三、计算题(每小题 11 分,共 44 分)

1. 计算极限 $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{\sin(x+3)}{x^2+2x-3}$.

2. 设 $y=\ln x+e^{-5x}$,求 y'.

3. 计算不定积分 $\int \dfrac{\sin\frac{1}{x}}{x^2}dx$.

4. 计算定积分 $\int_1^e \dfrac{\ln x}{x^2}dx$.

得　分	评卷人

四、应用题(本题 16 分)

某制罐厂要生产一种体积为 V 的无盖圆柱形容器,问容器的底半径与高各为多少时用料最省?

导数基本公式：

$(c)'=0$

$(x^a)'=ax^{a-1}$

$(a^x)'=a^x\ln a$

$(e^x)'=e^x$

$(\log_a x)'=\frac{1}{x\ln a}$

$(\sin x)'=\cos x$

$(\cos x)'=-\sin x$

$(\tan x)'=\frac{1}{\cos^2 x}$

$(\cot x)'=-\frac{1}{\sin^2 x}$

$(\arcsin x)'=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$(\arccos x)'=-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$(\arctan x)'=\frac{1}{1+x^2}$

$(\operatorname{arccot} x)'=-\frac{1}{1+x^2}$

积分基本公式：

$\int 0\mathrm{d}x=c$

$\int x^a\mathrm{d}x=\frac{x^{a+1}}{a+1}+c$

$\int a^x\mathrm{d}x=\frac{a^x}{\ln a}+c$

$\int e^x\mathrm{d}x=e^x+c$

$\int \frac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln|x|+c$

$\int \sin x\mathrm{d}x=-\cos x+c$

$\int \cos x\mathrm{d}x=\sin x+c$

$\int \frac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x=\tan x+c$

$\int \frac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x=-\cot x+c$

$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}x=\arcsin x+c$

$\int \frac{1}{1+x^2}\mathrm{d}x=\arctan x+c$

试卷代号:2332

中央广播电视大学2009—2010学年度第一学期"开放专科"期末考试

高等数学基础　试题答案及评分标准

（供参考）

2010年1月

一、单项选择题(每小题4分,本题共20分)

1. A　　2. D　　3. C　　4. B　　5. A

二、填空题(每小题4分,本题共20分)

1. $(-5,2)$

2. $\sqrt{e}$

3. 2

4. $(0,+\infty)$

5. $\dfrac{1}{\cos^2 x}$

三、计算题(每小题11分,共44分)

1. 解:$\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{\sin(x+3)}{x^2+2x-3}=\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{\sin(x+3)}{(x+3)(x-1)}=-\dfrac{1}{4}$ ………11分

2. 解:$y'=\dfrac{1}{x}-5e^{-5x}$ ………11分

3. 解:由换元积分法得

$\int\dfrac{\sin\frac{1}{x}}{x^2}dx=-\int\sin\dfrac{1}{x}d(\dfrac{1}{x})=-\int\sin u du=\cos u+c=\cos\dfrac{1}{x}+c$ ………11分

4. 解:由分部积分法得

$$\int_1^e\frac{\ln x}{x^2}dx=\int_1^e\ln x d(-\frac{1}{x})=-\frac{1}{x}\ln x\Big|_1^e-\int_1^e-\frac{1}{x}d(\ln x)$$

$$=-\frac{1}{e}+\int_1^e\frac{1}{x^2}dx=-\frac{1}{e}-\frac{1}{x}\Big|_1^e$$

$$=1-\frac{2}{e}$$ ………11分

四、应用题(本题 16 分)

解:设容器的底半径为 r,高为 h,则其表面积为

$$S=\pi r^2+2\pi rh=\pi r^2+\frac{2V}{r}$$

$$S'=2\pi r-\frac{2V}{r^2}$$

由 $S'=0$,得唯一驻点 $r=\sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$,由实际问题可知,当 $r=\sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$ 时可使用料最省,此时 $h=\sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$,即当容器的底半径与高均为 $\sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$ 时,用料最省. ………16 分