试卷代号:1091 **座位号□□**

中央广播电视大学2009—2010学年度第一学期“开放本科”期末考试(半开卷)

应用概率统计　试题

2010年1月

题　号	一	二	三	四	总　分
分　数					

得　分	评卷人

一、填空题(每空4分,共32分)

1. 已知$P(A)=\frac{1}{4}$,$P(B)=\frac{2}{3}$,若事件A与B独立,则$P(A+B)=$______。

2. 由长期统计资料得知,某地区6月份下雨A的概率为$\frac{4}{15}$,刮风B的概率为$\frac{7}{15}$,既刮风又下雨的概率为$\frac{1}{10}$,则$P(A|B)$为____________。

3. 随机变量ξ的概率分布如下:

ξ	1	2	3	4
P	0.2	0.6	0.1	α

则常数α为________。

4. 设随机变量ξ的数学期望$E(\xi)=2$,方差$D(\xi)=1$,则$D(-2\xi-1)$为______。

5. 设随机变量$X\sim N(1,2^2)$,$X_1,X_2,\cdots,X_n$为取自X的简单随机样本,则统计量$\frac{\overline{X}-1}{2/\sqrt{n}}$服从参数为____________的正态分布。

6. 设$X_1,X_2,\cdots,X_n$是来自正态总体$N(\mu,\sigma^2)$的简单随机样本,且$\sigma^2=1.69$,则当检验假设为$H_0:\mu=35$时,应采用的统计量为____________________。

7. 若随机变量X与Y相互独立,$E(X)=a$,$E(Y)=2$,则$E(XY)=$______。

8. 设$\hat{\theta}_1$与$\hat{\theta}_2$是未知参数θ的两个________估计,且对任意的θ满足$D(\hat{\theta}_1)<D(\hat{\theta}_2)$,则称$\hat{\theta}_1$比$\hat{\theta}_2$有效。

得　分	评卷人

二、判断题(回答对或错,每小题4分,共20分)

1. 设事件 A 表示“甲种产品畅销,乙种产品滞销”,则其对立事件为“甲种产品滞销,乙种产品畅销”。 (　　)

2. 对于任意两个事件 A,B,有 $P(A-B)$ 为 $P(A)-P(B)$。 (　　)

3. 设随机事件 A,B 满足 $A\subset B$,则 $P(B|A)=1$。 (　　)

4. 已知随机变量 X 服从参数 $\lambda=\frac{1}{9}$ 的指数分布,则 $P\{3<X<9\}$ 为 $F\left(\frac{9}{9}\right)-F\left(\frac{3}{9}\right)$。

(　　)

5. 若 $\sin x$ 是随机变量 X 的概率密度函数,则 X 的一切可能值充满区间 $\left[0,\frac{1}{2}\pi\right]$。 (　　)

得　分	评卷人

三、计算题(每小题7分,共28分)

1. 设10件产品中5件一级品,3件二级品,2件次品,无放回地抽取,每次取一件,求在取得二级品之前取得一级品的概率。

2. 某厂的产品中有4%的废品,在100个合格品中有75个一等品,试求在该厂的产品中任取一个是一等品的概率。

3. 设随机变量 X 的分布函数为 $F(X)=\begin{cases}0, x<0\\ A\sin x, 0\leqslant x\leqslant \frac{\pi}{2}\\ 1, x>\frac{\pi}{2}\end{cases}$ 求系数 A 和 $P\left(|X|<\frac{\pi}{6}\right)$。

4. 随机地取某种炮弹9发做试验,得炮口速度的样本标准差 $S=11$(米/秒)。设炮口速度 ξ 服从 $N(\mu,\sigma^2)$,求这种炮弹的炮口速度的标准差 σ 的95%的置信区间。

得　分	评卷人

四、证明题(20分)

设 X 服从区间 $[a,b]$ 上的均匀分布,试证明 $Y=X+c$(c 为常数)也服从均匀分布。

试卷代号:1091

中央广播电视大学2009—2010学年度第一学期“开放本科”期末考试(半开卷)

应用概率统计　试题答案及评分标准

(供参考)

2010年1月

一、填空题(每空4分,共32分)

1. $\frac{3}{4}$

2. 0.214

3. 0.1

4. 4

5. (0,1)

6. $\frac{\sqrt{n}(\overline{X}-35)}{1.3}$

7. $2a$

8. 无偏

二、判断题(回答对或错,每小题4分,共20分)

1. 错　　2. 错　　3. 对　　4. 错　　5. 对

三、计算题(每小题7分,共28分)

1. 解:A=\{取得二级品之前,取到一级品\},A^c=\{取到二级品之前,没有取到过一级品\}

则 B_n=\{第 n 次首次出现二级品,且之前没有一级品出现过\},有 $A^c=\bigcup_{n=1}^{3}B_n$ ……… 4分

$P(A)=1-P(A^c)=1-P(B_1)-P(B_2)-P(B_3)=\frac{5}{8}$……………………………… 3分

2. 解:设 A=\{任取的一个是合格品\},B\{任取的一个是一等品\} ……………………… 1分

因为 $P(A)=1-P(\overline{A})=96\%$, $P(B|A)=75\%$ ……………………………… 3分

所以 $P(AB)=P(A)P(B|A)=\frac{96}{100}\cdot\frac{75}{100}=0.72$ ……………………………… 3分

3. 解：由于 $F(X)$ 的连续性，于是有

$\lim\limits_{x\to-\frac{\pi}{2}^{+}} F(x)=F\left(\frac{\pi}{2}\right)$，得 $A=1$ …………………………………………………… 2 分

$P\left\{|X|<\frac{\pi}{6}\right\}=P\left\{-\frac{\pi}{6}<X<\frac{\pi}{6}\right\}=P\left(X<\frac{\pi}{6}\right)-P\left(X<-\frac{\pi}{6}\right)=1\cdot\sin\frac{\pi}{6}-0=\frac{1}{2}$ ……

…………………………………………………………………………………………… 5 分

4. 解：$1-\alpha=0.95,\frac{\alpha}{2}=0.025,n=9,S=11$ …………………………………… 2 分

采用随机变量 $\chi^2=\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\sim\chi^2(n-1)$ …………………………………………… 2 分

查 χ^2 分布表得

$\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)=\chi^2_{0.025}(8)=17.535$，$\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)=\chi^2_{0.975}(8)=2.18$ …………………… 2 分

故 σ 的 95%的置信区间为 $\left[\frac{\sqrt{8}\times11}{\sqrt{17.535}},\frac{\sqrt{8}\times11}{\sqrt{2.18}}\right]=(7.4,21.1)$ ……………………… 1 分

四、证明题(20 分)

证明：由题设可知 X 服从区间$[a,b]$上的均匀分布，所以 X 的密度函数为

$$f_X(x)=\begin{cases}\frac{1}{b-a}, & a\leqslant x\leqslant b,\\ 0, & \text{其他。}\end{cases}$$ …………………………………………………… 3 分

先求 $Y=X+c$(c 为常数)的分布函数：

$$P(Y\leqslant y)=P(X+c\leqslant y)=P(X\leqslant y-c)=\int_{-\infty}^{y-c}f_x(x)\,\mathrm{d}x=\begin{cases}0, & y-c<a,\\ \frac{y-c-a}{b-a}, & a\leqslant y-c\leqslant b,\\ 1, & y-c>B。\end{cases}$$

…………………………………………………………………………………………… 10 分

再对 y 求导数可得 Y 的密度函数为

$$f_Y(y)=\begin{cases}\frac{1}{b-a}, & a+c\leqslant y\leqslant b+c,\\ 0, & \text{其他。}\end{cases}$$ ……………………………………………… 5 分

故 Y 服从$[a+c,b+c]$上的均匀分布。 ……………………………………………… 2 分