

试卷代号:22332

座位号

国家开放大学2022年秋季学期期末统一考试

高等数学基础 试题

2023年1月

题号	一	二	三	四	总分
分数					

导数基本公式:

$(C)' = 0$

$(x^a)' = ax^{a-1}$

$(a^x)' = a^x \ln a \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$

$(e^x)' = e^x$

$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$

$(\ln x)' = \frac{1}{x}$

$(\sin x)' = \cos x$

$(\cos x)' = -\sin x$

$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$

$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$

$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2}$

$(\operatorname{arccot} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$

积分基本公式:

$\int 0 dx = C$

$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C \quad (a \neq -1)$

$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$

$\int e^x dx = e^x + C$

$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$

$\int \sin x dx = -\cos x + C$

$\int \cos x dx = \sin x + C$

$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$

$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$

$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C$

$\int \frac{1}{1+x^2} dx = \arctan x + C$

得分	评卷人

一、单项选择题(本题共5小题,每小题4分,共20分)

1. 函数 $y=3\cos x$ 的值域是().

A. $[-3, 3]$ B. $(-3, 3)$

C. $[0, 3]$ D. $(0, 3)$

2. 下列函数在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上单调递增的是().

A. x^3 B. $\frac{1}{x}$

C. $-e^x$ D. $-\sin x$

3. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty, +\infty)$, 则函数 $f(x)-f(-x)$ 的图形关于()对称.

A. 坐标原点 B. x 轴

C. y 轴 D. $y=x$

4. 设 $f(1)=0$ 且极限 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1}$ 存在, 则 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = ()$.

A. $f(1)$ B. $f'(1)$

C. $f'(x)$ D. 0

5. 下列结论中()不正确.

A. $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处可微, 则一定在 x_0 处连续

B. 可导函数的极值点一定发生在其驻点上

C. $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处不连续, 则一定在 x_0 处不可导

D. 函数的极值点一定发生在函数的不可导点上

得分	评卷人

二、填空题(本题共5小题,每小题4分,共20分)

6. 函数 $y = \begin{cases} x^2+3, & x>0 \\ \cos x, & x \leq 0 \end{cases}$ 的间断点是 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

7. 若函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上恒有 $f'(x) < 0$, 则 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

8. 曲线 $y = \ln x$ 在点 $(1, 0)$ 处的切线方程是_____.

9. $\int 2x^2 \sin(x+1) dx =$ _____.

10. 函数 $y = e^{-x} + ex$ 的单调增加区间是_____.

得 分	评卷人

三、计算题(本题共 4 小题, 每小题 11 分, 共 44 分)

11. 设 $y = 2^{\pi x} - \sqrt{x^3}$, 求 y' .

12. 计算定积分 $\int_1^e x^2 \ln x dx$.

13. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 5x - 6}{x^2 + 4x - 5}$.

14. 计算不定积分 $\int (2x - 5)^{21} dx$.

得 分	评卷人

四、应用题(本题 16 分)

15. 欲做一个底为正方形,容积为 4 立方米的长方体开口容器,问该容器的底边和高各为多少米时用料最省?

试卷代号:22332

2022年秋季学期考试
高等数学基础 参考答案

2023年1月

一、单项选择题(本题共5小题,每小题4分,共20分)

1. A 2. A 3. A 4. B 5. D

二、填空题(本题共5小题,每小题4分,共20分)

6. 0
7. $f(b)$
8. $y=x-1$
9. $2x^2\sin(x+1)dx$
10. $(-1,+\infty)$. 也可写为“ $[-1,+\infty)$ ”(也给全分)

三、计算题(本题共4小题,每小题11分,共44分)

11. 解:由导数四则运算法则和复合函数求导法则得:

$$\begin{aligned}y' &= (2^{\pi x} - \sqrt{x^3})' \\&= (2^{\pi x})' - (\sqrt{x^3})' \\&= 2^{\pi x} \ln 2 \cdot (\pi x)' - \frac{3\sqrt{x}}{2} \\&= 2^{\pi x} \pi \ln 2 - \frac{3\sqrt{x}}{2}\end{aligned}$$

.....(11分)

12. 解:由分部积分法得

$$\int_1^e x^2 \ln x dx = \frac{x^3}{3} \ln x \Big|_1^e - \frac{1}{3} \int_1^e x^3 d(\ln x) = \frac{e^3}{3} - \frac{1}{3} \int_1^e x^2 dx = \frac{2e^3}{9} + \frac{1}{9}$$

.....(11分)

13. 解: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+5x-6}{x^2+4x-5} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+6)}{(x-1)(x+5)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+6}{x+5} = \frac{7}{6}$

.....(11分)

14. 解:由换元积分法得

$$\int (2x-5)^{21} dx = \frac{1}{2} \int (2x-5)^{21} d(2x-5) = \frac{1}{2} \frac{(2x-5)^{22}}{22} + C = \frac{(2x-5)^{22}}{44} + C$$

.....(11分)

四、应用题(本题16分)

15. 解:设底边的边长为 x 米,高为 h 米,用料量为 y 平方米,由已知 $x^2h=4, h=\frac{4}{x^2}$

$$y=x^2+4xh=x^2+4x \cdot \frac{4}{x^2}=x^2+\frac{16}{x}$$

令 $y'=2x-\frac{16}{x^2}=0$,解得 $x=2$ 是唯一驻点,.....(8分)

且 $y''=2+\frac{2 \times 16}{x^3} \Big|_{x=2} > 0$,说明 $x=2$ 是函数的极小值点,也是最小值点.

当 $x=2$ 时, $h=\frac{4}{2^2}=1$.

所以当边长为2米,高为1米时用料最省.(16分)