

得 分	评卷人

三、微积分计算题(每小题 10 分,本题共 20 分)

11. 设 $y=e^{-x}\cos x$,求 y' .

12. 计算不定积分 $\int x\sin \frac{x}{2}dx$.

得 分	评卷人

四、线性代数计算题(每小题 15 分,本题共 30 分)

13. 解矩阵方程 $\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} X - X = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}$.

14. 求 λ 为何值时,线性方程组 $\begin{cases} x_1 - x_2 + 4x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1 \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 = \lambda \end{cases}$ 有解,并求一般解.

得 分	评卷人

五、应用题(本题 20 分)

15. 投产某产品的固定成本为 36(万元), 边际成本为 $C'(x)=2x+40$ (万元/百台). 试求产量由 4 百台增至 6 百台时总成本的增量, 及产量为多少时, 可使平均成本达到最低.

试卷代号:22006

2022年秋季学期考试
经济数学基础 12 参考答案

2023年1月

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1. C 2. A 3. D 4. D 5. B

二、填空题(每小题3分,本题共15分)

6. $(1,2) \cup (2,4]$

7. $\frac{2}{3}$

8. $\frac{1}{2}F(2x-1)+c$

9. 3×2

10. -1

三、微积分计算题(每小题10分,本题共20分)

11. 解: $y' = (e^{-x})' \cos x + e^{-x} (\cos x)'$
 $= e^{-x} \cdot (-x)' \cdot \cos x + e^{-x} \cdot (-\sin x)$
 $= -e^{-x} (\cos x + \sin x)$ 10分

12. 解: $\int x \sin \frac{x}{2} dx = -2 \int x d \cos \frac{x}{2} = -2x \cos \frac{x}{2} + 2 \int \cos \frac{x}{2} dx$
 $= -2x \cos \frac{x}{2} + 4 \sin \frac{x}{2} + c$ 10分

四、线性代数计算题(每小题15分,本题共30分)

13. 解: 矩阵方程可化简为

$$\left(\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} - I \right) X = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}$$

即 $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}$

因此 $X = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 6 \end{bmatrix}$ 5分

又由

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 3 & -5 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 & 2 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \end{bmatrix}$$

可得 $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ 12分

因此, $X = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -17 & -8 \\ -10 & -6 \end{bmatrix}$ 15分

14. 解: 对增广矩阵做初等行变换, 可得

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 & 2 \\ 2 & -1 & -1 & 1 \\ 3 & -2 & 3 & \lambda \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & -9 & -3 \\ 0 & 1 & -9 & \lambda-6 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 & -1 \\ 0 & 1 & -9 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda-3 \end{bmatrix}$$

因此, 当 $\lambda-3=0$ 即 $\lambda=3$ 时, 方程组有解. 10分

方程组的一般解为 $\begin{cases} x_1 = 5x_3 - 1 \\ x_2 = 9x_3 - 3 \end{cases}$, 其中 x_3 是自由未知量. 15分

五、应用题(本题20分)

15. 解: 产量由4百台增至6百台时总成本的增量为

$$\Delta C = \int_4^6 (2x+40) dx = (x^2+40x) \Big|_4^6 = 100 \text{ (万元)} \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

总成本函数为

$$C(x) = \int C'(x) dx = \int (2x+40) dx = x^2 + 40x + c$$

由 $C(0)=36$ 可得 $c=36$, 从而 $C(x)=x^2+40x+36$. 因此, 平均成本函数为

$$\bar{C}(x) = \frac{x^2+40x+36}{x} = x+40+\frac{36}{x} \quad \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

令 $\bar{C}'(x) = 1 - \frac{36}{x^2} = 0$, 解得唯一驻点 $x=6$ ($x=-6$ 舍去).

又 $\bar{C}''(x) = \frac{72}{x^3} > 0$, 所以 $x=6$ 是平均成本函数 $\bar{C}(x)$ 的极小值, 也是最小值. 因此, 当产量为6百台时, 可使平均成本达到最小. 20分