

经济数学基础1 试题

2024年1月

注意事项:

1. 将你的学号、姓名及考点名称填写在试题和答题纸的规定栏内。考试结束后,把试题和答题纸放在桌上。试题和答题纸均不得带出考场。待监考人员收完试题和答题纸后方可离开考场。
2. 仔细阅读题目的说明,并按题目要求答题。所有答案必须写在答题纸的指定位置上,写在试题上的答案无效。
3. 用蓝、黑圆珠笔或钢笔(含签字笔)答题,使用铅笔答题无效。

附表

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c \quad (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

一、单项选择题(每小题4分,本题共20分)

1. 下列函数中,属于奇函数的是().
A. $y = e^x$ B. $y = \ln x$
C. $y = \cos x$ D. $y = \sin x$
2. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续,则 $k = ()$.
A. -1 B. 0
C. 1 D. π
3. 设某商品的需求量 q 对价格 p 的函数关系为 $q(p) = 3 - 2\sqrt{p}$, 则需求弹性 E_p 为().
A. $\frac{\sqrt{p}}{3 - 2\sqrt{p}}$ B. $\frac{-\sqrt{p}}{3 - 2\sqrt{p}}$
C. $\frac{3 - 2\sqrt{p}}{\sqrt{p}}$ D. $\frac{3 - 2\sqrt{p}}{-\sqrt{p}}$
4. 下列等式中,正确的是().
A. $d\left(\int f(x) dx\right) = f(x)$ B. $\left(\int f(x) dx\right)' = f(x)$
C. $\int f'(x) dx = f(x)$ D. $\int df(x) = f(x)$
5. 在切线斜率为 $2x$ 的积分曲线族中,通过点 $(2, 3)$ 的曲线为().
A. $y = x^2 - 1$ B. $y = x^2 + 1$
C. $y = 2x - 1$ D. $y = x^2 + 3$

二、填空题(每小题4分,本题共20分)

6. 函数 $f(x) = \frac{1}{\ln(x-1)} + \sqrt{5-x}$ 的定义域是_____.
7. 设函数 $f(x+1) = x^2 + 2x + 5$, 则 $f'(x) =$ _____.
8. 函数 $f(x) = x^3 + 1$ 的驻点是_____.
9. 若 $\int f(x) dx = F(x) + c$, 则 $\int xf(1-x^2) dx =$ _____.
10. 微分方程 $y' = y, y(0) = 1$ 的特解为_____.

三、计算题(每小题11分,本题共44分)

11. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sin(x-2)}$.
12. 设 $y = \ln \cos x + \sqrt{x}$, 求 y' .
13. 计算不定积分 $\int x \sin \frac{x}{2} dx$.
14. 计算定积分 $\int_1^2 \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx$.

四、应用题(本题16分)

15. 设生产某种产品 q 个单位时的成本函数为 $C(q) = 100 + 0.25q^2 + 6q$ (万元), 求: ① $q = 10$ 时的总成本、平均成本和边际成本; ② 产量 q 为多少时, 平均成本最小.

试卷代号:22441

国家开放大学2023年秋季学期期末统一考试

经济数学基础1 试题答案及评分标准

(供参考)

2024年1月

一、单项选择题(每小题4分,本题共20分)

1. D 2. C 3. B 4. B 5. A

二、填空题(每小题4分,本题共20分)

6. $(1,2) \cup (2,5]$
7. $2x$
8. $x=0$
9. $-\frac{1}{2}F(1-x^2)+c$
10. $y=e^x$

三、计算题(每小题11分,本题共44分)

11. 解: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{\sin(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2)(x-2)}{\sin(x-2)}$ 3分
 $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sin(x-2)} \cdot \lim_{x \rightarrow 2} (x+2)$ 6分
 $= 1 \times 4 = 4$ 11分

12. 解: $y' = (\ln \cos x)' + (\sqrt{x})'$ 2分
 $= \frac{1}{\cos x} (\cos x)' + \frac{1}{2\sqrt{x}}$ 8分
 $= -\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{1}{2\sqrt{x}} = -\tan x + \frac{1}{2\sqrt{x}}$ 11分

13. 解:由分部积分法,得

$$\int x \sin \frac{x}{2} dx = 2 \int x d\left(-\cos \frac{x}{2}\right) \quad 3分$$
$$= -2x \cos \frac{x}{2} + 2 \int \cos \frac{x}{2} dx \quad 8分$$
$$= -2x \cos \frac{x}{2} + 4 \sin \frac{x}{2} + c \quad 11分$$

14. 解:由换元积分法,设 $\frac{1}{x}=u$,得 2分

$$\int_1^2 \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx = -\int_1^2 e^{\frac{1}{x}} d\left(\frac{1}{x}\right) = -\int_1^{\frac{1}{2}} e^u du \quad 7分$$
$$= \int_{\frac{1}{2}}^1 e^u du = e^u \Big|_{\frac{1}{2}}^1 = e - \sqrt{e} \quad 11分$$

四、应用题(本题16分)

15. 解:①当 $q=10$ 时的总成本为

$$C(10) = 100 + 0.25 \times (10)^2 + 6 \times 10 = 185(\text{万元}),$$

平均成本为 $\bar{C}(10) = \frac{C(10)}{10} = 18.5(\text{万元/单位}),$

边际成本 $C'(10) = (0.5q + 6) \Big|_{q=10} = 11(\text{万元/单位}).$ 6分

②因为 $\bar{C}(q) = \frac{C(q)}{q} = \frac{100}{q} + 0.25q + 6,$

令 $\bar{C}'(q) = -\frac{100}{q^2} + 0.25 = 0,$ 解得唯一驻点 $q = 20(q = -20$ 舍去).

又 $\bar{C}''(q) = \frac{200}{q^3} > 0,$ 所以 $q = 20$ 是平均成本函数 $\bar{C}(q)$ 的极小值,也是最小值.

因此,当产量 $q=20$ 时,可使平均成本最小. 16分