

国家开放大学2023年秋季学期期末统一考试

经济数学基础12 试题

2024年1月

注意事项:

1. 将你的学号、姓名及考点名称填写在试题和答题纸的规定栏内。考试结束后,把试题和答题纸放在桌上。试题和答题纸均不得带出考场。待监考人员收完试题和答题纸后方可离开考场。
2. 仔细阅读题目的说明,并按题目要求答题。所有答案必须写在答题纸的指定位置上,写在试题上的答案无效。
3. 用蓝、黑圆珠笔或钢笔(含签字笔)答题,使用铅笔答题无效。

附表

导数基本公式:

$(c)' = 0$

$(x^a)' = ax^{a-1}$

$(a^x)' = a^x \ln a (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$

$(e^x)' = e^x$

$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$

$(\ln x)' = \frac{1}{x}$

$(\sin x)' = \cos x$

$(\cos x)' = -\sin x$

$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$

$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$

积分基本公式:

$\int 0 dx = c$

$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c (a \neq -1)$

$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$

$\int e^x dx = e^x + c$

$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c$

$\int \sin x dx = -\cos x + c$

$\int \cos x dx = \sin x + c$

$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$

$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1. 函数 $f(x) = \sqrt{4-x} + \frac{1}{\ln(x-1)}$ 的定义域为().
A. $(1,2) \cup (2,4)$ B. $[1,4]$
C. $[1,2) \cup (2,4)$ D. $(1,4)$
2. 当 $x \rightarrow +\infty$ 时,下列变量为无穷小量的是().
A. $\frac{\sin x}{x}$ B. $\ln(1+x)$
C. $e^{\frac{1}{x}}$ D. $x \sin \frac{1}{x}$
3. 下列定积分计算正确的是().
A. $\int_{-1}^1 dx = 0$ B. $\int_0^1 x dx = \frac{1}{2}$
C. $\int_0^1 e^x dx = e$ D. $\int_0^\pi \cos x dx = 1$
4. 设 A 为 3×4 矩阵, B 为 5×2 矩阵,且乘积矩阵 ACB^T 有意义,则 C^T 为() 矩阵.
A. 2×4 B. 4×2
C. 3×5 D. 5×3
5. 若线性方程组 $A_{m \times n} X = O$ 只有零解,则().
A. $r(A) = m$ B. $r(A) < m$
C. $r(A) = n$ D. $r(A) < n$

二、填空题(每小题3分,本题共15分)

6. 设 $f(x) = \frac{1}{x}$, 则 $f(f(x)) =$ _____.
7. 曲线 $y = e^x$ 在点 $(0,1)$ 的切线方程是 _____.
8. 若 $\int f(x) dx = 3^x + c$, 则 $f(x) =$ _____.
9. 设 $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, 则 $(3A)^T =$ _____.
10. 设齐次线性方程组 $A_{2 \times 3} X_{3 \times 1} = O$ 的系数矩阵 A 的秩为2, 则该方程组的一般解中自由未知量的个数为 _____.

三、微积分计算题(每小题10分,本题共20分)

11. 设 $y = \ln \cos x - \frac{1}{x}$, 求 y' .
12. 计算不定积分 $\int x \sin \frac{x}{2} dx$.

四、线性代数计算题(每小题15分,本题共30分)

13. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & 7 \end{bmatrix}$, 求解矩阵方程 $XA = B$.
14. 求 λ 为何值时, 线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = -3 \\ 2x_1 + x_2 - 4x_3 = \lambda \\ -x_1 + 2x_2 + 7x_3 = -9 \end{cases}$ 有解, 并求一般解.

五、应用题(本题20分)

15. 设生产某种产品 q 个单位时的成本函数为 $C(q) = 100 + 0.25q^2 + 6q$ (万元), 求: ① $q = 10$ 时的总成本、平均成本和边际成本; ② 产量 q 为多少时, 平均成本最小.

○-○-○

考点名称:

姓名:

学号:

○-○-○

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

- 1. A 2. A 3. B 4. A 5. C

二、填空题(每小题3分,本题共15分)

- 6. x
- 7. $y = x + 1$
- 8. $3^x \ln 3$
- 9. $\begin{bmatrix} 3 & 9 \\ -6 & 12 \end{bmatrix}$
- 10. 1

三、微积分计算题(每小题10分,本题共20分)

- 11. 解: $y' = (\ln \cos x)' - (x^{-1})' = \frac{1}{\cos x}(\cos x)' + x^{-2} = -\tan x + \frac{1}{x^2}$ 10分
- 12. 解: $\int x \sin \frac{x}{2} dx = -2 \int x d\cos \frac{x}{2} = -2x \cos \frac{x}{2} + 2 \int \cos \frac{x}{2} dx$
 $= -2x \cos \frac{x}{2} + 4 \sin \frac{x}{2} + c$ 10分

四、线性代数计算题(每小题15分,本题共30分)

- 13. 解:由 $XA = B$ 可得 $X = BA^{-1}$ 3分
- $$[A \quad I] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & -4 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 5 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 6 & -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
- $$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & -5 & 6 & -2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 3 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -7 & 5 & -4 \end{bmatrix}$$
- $$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -4 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -8 & 6 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & -7 & 5 & -4 \end{bmatrix}$$

由此可得 $A^{-1} = \begin{bmatrix} -4 & 3 & -2 \\ -8 & 6 & -5 \\ -7 & 5 & -4 \end{bmatrix}$ 12分

因此, $X = BA^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -4 & 3 & -2 \\ -8 & 6 & -5 \\ -7 & 5 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 & -15 & 13 \\ -65 & 47 & -38 \end{bmatrix}$ 15分

14. 解:对增广矩阵做初等行变换,可得

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -3 \\ 2 & 1 & -4 & \lambda \\ -1 & 2 & 7 & -9 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -3 \\ 0 & -1 & -2 & \lambda+6 \\ 0 & 3 & 6 & -12 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -3 \\ 0 & 1 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda+2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda+2 \end{bmatrix}$$

因此,当 $\lambda + 2 = 0$ 即 $\lambda = -2$ 时,方程组有解. 10分

方程组的一般解为 $\begin{cases} x_1 = 3x_3 + 1 \\ x_2 = -2x_3 - 4 \end{cases}$, 其中 x_3 是自由未知量. 15分

五、应用题(本题20分)

15. 解:① 当 $q = 10$ 时的总成本为

$$C(10) = 100 + 0.25 \times (10)^2 + 6 \times 10 = 185(\text{万元}),$$

平均成本为 $\bar{C}(10) = \frac{C(10)}{10} = 18.5(\text{万元/单位}),$

边际成本为 $C'(10) = (0.5q + 6) \Big|_{q=10} = 11(\text{万元/单位}).$ 10分

② 因为 $\bar{C}(q) = \frac{C(q)}{q} = \frac{100}{q} + 0.25q + 6,$

令 $\bar{C}'(q) = -\frac{100}{q^2} + 0.25 = 0,$ 解得唯一驻点 $q = 20 (q = -20 \text{舍去}).$

又 $\bar{C}''(20) = \frac{200}{20^3} > 0,$ 所以 $q = 20$ 是平均成本函数 $\bar{C}(q)$ 的极小值,也是最小值.

因此,当产量 $q = 20$ 时,可使平均成本最小. 20分