

软件数学基础 试题

2024年1月

注意事项:

1. 将你的学号、姓名及考点名称填写在试题和答题纸的规定栏内。考试结束后,把试题和答题纸放在桌上。试题和答题纸均不得带出考场。待监考人员收完试题和答题纸后方可离开考场。
2. 仔细阅读题目的说明,并按题目要求答题。所有答案必须写在答题纸的指定位置上,写在试题上的答案无效。
3. 用蓝、黑圆珠笔或钢笔(含签字笔)答题,使用铅笔答题无效。

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. 设函数 $f(x-1) = x^2 - x$, 则 $f(x) =$ ()。

A. $x^2 + x + 1$ B. $x^2 + x$
 C. $x^2 + x - 1$ D. $x^2 + 1$
2. 设 A, B 为同阶方阵, 则下列命题正确的是()。

A. 若 $AB = E$, 则 $A = E$ 或 $B = E$ B. $(AB)^T = A^T B^T$
 C. 若 $AB = O$, 则 $A = O$ 或 $B = O$ D. 若 $AB = E$, 则 $BA = E$
3. 设集合 $A = \{a, b, c\}$, 则下列关系中只有()是 A 上的等价关系。

A. $R = \{(a, b), (b, c), (a, c)\}$
 B. $R = \{(a, b), (b, a), (a, a)\}$
 C. $R = \{(a, a), (b, b), (c, c)\}$
 D. $R = \{(a, b), (b, a), (a, a), (a, c), (c, a), (c, c)\}$
4. 设 P 表示“今天下雨”, Q 表示“小明去学校”。那么命题:“虽然今天下雨,但小明仍然坚持去学校”可符号化为()。

A. $P \wedge Q$ B. $P \vee Q$
 C. $\neg P \wedge Q$ D. $\neg P \wedge \neg Q$

5. 设 A, B 为两个事件, 则下列等式中正确的是()。

- A. $(A + B) - B = A$ B. $(A - B) + B = A$
 C. $A = AB + A\bar{B}$ D. $A + B = A + AB$

二、填空题(每小题3分,共15分)

6. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \frac{x}{3})^{\frac{1}{x}} =$ _____.

7. 若 $\int f(x) dx = x^2 e^x + C$, 则 $f(x) =$ _____.

8. 设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$, $A^{-1} =$ _____.

9. 设 $A = \{2, 3, 5\}, B = \{6, 9, 15, 25\}, R = \{(x, y) | x \in A, y \in B, y = x^2\}$ 是从 A 到 B 的二元关系, 则 R 所包含的有序对为 _____.

10. 掷两颗均匀的骰子, 事件“点数和为5”的概率为 _____.

三、计算题(每小题14分,共70分)

11. 设函数 $y = x\sqrt{x} - \sin^2 x$, 求 dy .

12. 计算积分 $\int_0^1 x e^x dx$.

13. 设线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 2 \\ 3x_1 + 7x_2 + 4x_3 = a \end{cases}$$

试讨论 a 为何值时方程组有解? 有解时求一般解.

14. 某单位对80名员工进行健康体检, 结果发现其中有35人超重, 20人有颈椎问题, 既超重又有颈椎问题的员工有13人, 求既不超重又无颈椎问题的员工人数.

15. 设 A, B 是两个随机事件, 已知 $P(A) = 0.4, P(A + B) = 0.85, P(A\bar{B}) = 0.3$, 计算 $P(B)$.

试卷代号:11450

国家开放大学2023年秋季学期期末统一考试

软件数学基础 试题答案及评分标准

(供参考)

2024年1月

一、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. B 2. D 3. C 4. A 5. C

二、填空题(每小题3分,共15分)

6. $\sqrt[3]{e}$
7. $e^x(x^2 + 2x)$
8. $\begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$
9. (3,9), (5,25)
10. $\frac{1}{9}$

三、计算题(每小题14分,共70分)

11. 解 $y = x\sqrt{x} - \sin^2 x$
 $y' = \frac{3}{2}\sqrt{x} - 2\sin x \cos x$ (9分)

$dy = (\frac{3}{2}\sqrt{x} - 2\sin x \cos x) dx$ (14分)

12. 解 $\int_0^1 x e^x dx = x e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx$ (8分)
 $= e - e^x \Big|_0^1 = e - (e - 1) = 1$ (14分)

13. 解 因为 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & 3 & 2 \\ 3 & 7 & 4 & a \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & a-3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a-3 \end{pmatrix}$ (8分)

所以当 $a - 3 = 0$, 即 $a = 3$ 时, 方程组有解 (11分)

且一般解为

$\begin{cases} x_1 = 1 + x_3 \\ x_2 = -x_3 \end{cases}$ (x_3 是自由未知量) (14分)

14. 解 设 $S = \{\text{参加体检的员工}\}$, $A = \{\text{超重的员工}\}$, $B = \{\text{有颈椎问题的员工}\}$.

根据已知, $|S| = 80$, $|A| = 35$, $|B| = 20$, $|A \cap B| = 13$.

由容斥原理, 超重或者有颈椎问题的员工人数为:

$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 35 + 20 - 13 = 42$. (11分)

因此, 既不超重又无颈椎问题的员工人数:

$|\overline{A \cup B}| = |S| - |A \cup B| = 80 - 42 = 38$ (人). (14分)

15. 解 $P(AB) = P(A) - P(A\overline{B}) = 0.4 - 0.3 = 0.1$ (7分)

$P(B) = P(A + B) + P(AB) - P(A) = 0.85 + 0.1 - 0.4 = 0.55$ (14分)