

○-○-○

考点名称:

姓名:

学号:

○-○-○

试卷代号:22332

座位号

国家开放大学2024年秋季学期期末统一考试

高等数学基础 试题

2025 年 1 月

注意事项:

1. 将你的学号、姓名及考点名称填写在试题和答题纸的规定栏内。考试结束后,把试题和答题纸放在桌上。试题和答题纸均不得带出考场。待监考人员收完试题和答题纸后方可离开考场。
2. 仔细阅读题目的说明,并按题目要求答题。所有答案必须写在答题纸的指定位置上,写在试题上的答案无效。
3. 用蓝、黑圆珠笔或钢笔(含签字笔)答题,使用铅笔答题无效。

导数基本公式:

$$(C)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = C$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + C \quad (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

$$(\operatorname{arccot} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C$$

$$\int \frac{1}{1+x^2} dx = \arctan x + C$$

一、单项选择题(本题共 5 小题,每小题 4 分,共 20 分)

1. 函数 $y = 2\cos x + 1$ 的值域是().

A. $(-1, 3)$

B. $[-1, 3]$

C. $(1, 3)$

D. $[1, 3]$

2. 下列无穷积分收敛的是().

A. $\int_0^{+\infty} \sin x dx$

B. $\int_0^{+\infty} e^{-2x} dx$

C. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x} dx$

D. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

3. 当 x 趋向于()时, $f(x) = \frac{1}{x} \sin x$ 为无穷小量.

A. ∞

B. $\frac{\pi}{2}$

C. 1

D. 0

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 4x} = ()$.

A. 0

B. 1

C. $\frac{4}{5}$

D. $\frac{5}{4}$

5. 若函数 $f(x)$ 在点 x_0 处可导,则()是错误的.

A. 函数 $f(x)$ 在点 x_0 处有定义

B. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$, 但 $A \neq f(x_0)$

C. 函数 $f(x)$ 在点 x_0 处连续

D. 函数 $f(x)$ 在点 x_0 处可微

二、填空题(本题共 5 小题,每小题 4 分,共 20 分)

6. 若函数 $f(x) = \begin{cases} e^x + 1, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续,则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$.

7. 若 $f(x)$ 在闭区间 $[-5, 3]$ 内恒有 $f'(x) > 0$, 则 $f(x)$ 在 $[-5, 3]$ 上的最小值点是 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 若 $\int f(x) dx = F(x) + C$, 则 $\int \frac{1}{x} f(\ln x) dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

9. $\int e^{2x} dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 无穷积分 $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^p} dx$ 当 p $\underline{\hspace{2cm}}$ 时是收敛的.

三、计算题(本题共 4 小题,每小题 11 分,共 44 分)

11. 设 $y = \cos 3x - 2^{\sin x}$, 求 y' .

12. 计算定积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin \frac{x}{3} dx$.

13. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)}{x^2 + 4x - 5}$.

14. 计算不定积分 $\int \frac{2^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$.

四、应用题(本题 16 分)

15. 一体积为 18 m^3 的圆柱体,问底面半径与高各为多少时表面积最小?

试卷代号:22332

国家开放大学2024年秋季学期期末统一考试

高等数学基础 试题答案及评分标准

(供参考)

2025 年 1 月

一、单项选择题(本题共 5 小题,每小题 4 分,共 20 分)

1. B 2. B 3. A 4. D 5. B

二、填空题(本题共 5 小题,每小题 4 分,共 20 分)

6. 2
7. -5
8. $F(\ln x) + C$
9. $e^{2x} dx$
10. >1

三、计算题(本题共 4 小题,每小题 11 分,共 44 分)

11. 解:由导数四则运算法则和复合函数求导法则得:

$$\begin{aligned} y' &= (\cos 3x - 2^{\sin x})' \\ &= (\cos 3x)' - (2^{\sin x})' \\ &= -3\sin 3x - 2^{\sin x} \ln 2 \cdot (\sin x)' \\ &= -3\sin 3x - (2^{\sin x} \cos x) \ln 2 \end{aligned} \quad \cdots \cdots (11 \text{ 分})$$

12. 解:由分部积分法得

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin \frac{x}{3} dx = -3x \cos \frac{x}{3} \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + 3 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \frac{x}{3} dx = -\frac{3\sqrt{3}}{4}\pi + 9 \sin \frac{x}{3} \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = -\frac{3\sqrt{3}}{4}\pi + \frac{9}{2} \quad \cdots \cdots (11 \text{ 分})$$

13. 解: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)}{x^2+4x-5} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)}{(x-1)(x+5)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)}{x-1} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x+5} = \frac{1}{6}$ $\cdots \cdots (11 \text{ 分})$

14. 解:由换元积分法得

$$\int \frac{2^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx = 2 \int 2^{\sqrt{x}} d(\sqrt{x}) = 2 \frac{2^{\sqrt{x}}}{\ln 2} + C = \frac{2^{\sqrt{x}+1}}{\ln 2} + C \quad \cdots \cdots (11 \text{ 分})$$

四、应用题(本题 16 分)

15. 解:设圆柱体的底面半径为 r , 高为 h , 则表面积为

$$S = 2\pi r^2 + 2\pi rh$$

因为 $\pi r^2 h = 18$, 即 $h = \frac{18}{\pi r^2}$, 所以

$$\begin{aligned} S &= 2\pi r^2 + \frac{36}{r} \\ S' &= 4\pi r - \frac{36}{r^2} \end{aligned} \quad \cdots \cdots (8 \text{ 分})$$

令 $S' = 0$, 得 $r = \sqrt[3]{\frac{9}{\pi}}$, 容易验证该点是最小值点. 此时

$$h = \frac{18}{\pi r^2} = 2\sqrt[3]{\frac{9}{\pi}}$$

即当圆柱体的底面半径 $r = \sqrt[3]{\frac{9}{\pi}}$ m, 高 $h = 2\sqrt[3]{\frac{9}{\pi}}$ m 时, 表面积最小. $\cdots \cdots (16 \text{ 分})$