

试卷代号:22441

座位号

国家开放大学2024年秋季学期期末统一考试

经济数学基础1 试题

2025年1月

注意事项:

1. 将你的学号、姓名及考点名称填写在试题和答题纸的规定栏内。考试结束后,把试题和答题纸放在桌上。试题和答题纸均不得带出考场。待监考人员收完试题和答题纸后方可离开考场。
2. 仔细阅读题目的说明,并按题目要求答题。所有答案必须写在答题纸的指定位置上,写在试题上的答案无效。
3. 用蓝、黑圆珠笔或钢笔(含签字笔)答题,使用铅笔答题无效。

附表

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c \quad (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

一、单项选择题(每小题4分,本题共20分)

1. 下列各对函数中,两个函数相等的是().

A. $f(x) = \sqrt{x^2}, g(x) = (\sqrt{x})^2$

B. $f(x) = \frac{x^2-1}{x+1}, g(x) = x-1$

C. $f(x) = 3^{2x}, g(x) = 9^x$

D. $f(x) = \ln x^2, g(x) = 2 \ln x$

2. 下列极限计算正确的是().

A. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x} = 1$

B. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|x|}{x} = 1$

C. $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 1$

D. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 1$

3. 函数 $y = x^2 - 5x - 1$ 在 $[0, 5]$ 内().

A. 单调增加

B. 单调减少

C. 先单调增加再单调减少

D. 先单调减少再单调增加

4. 下列等式成立的是().

A. $2^x dx = \frac{1}{\ln 2} d(2^x)$

B. $\ln x dx = d(\frac{1}{x})$

C. $\sin x dx = d(\cos x)$

D. $\frac{1}{\sqrt{x}} dx = d\sqrt{x}$

5. 下列无穷限积分中,收敛的是().

A. $\int_1^{+\infty} \ln x dx$

B. $\int_0^{+\infty} e^x dx$

C. $\int_0^{+\infty} \cos x dx$

D. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx$

二、填空题(每小题4分,本题共20分)

6. 设函数 $f(x+1) = x^2 + 4x - 3$, 则 $f(x) =$ _____.

7. 设 $f(x) = x \cos x$, 则 $f'(0) =$ _____.

8. 曲线 $y = e^x$ 在点 $(0, 1)$ 的切线方程是 _____.

9. 若 $\int f(x) dx = 2^x + 2x + c$, 则 $f(x) =$ _____.

10. 微分方程 $(y'')^3 + 4xy^{(4)} = y' \sin x$ 的阶数为 _____.

三、计算题(每小题11分,本题共44分)

11. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 6x + 8}$.

12. 设 $y = e^{\sin x} + x^3$, 求 dy .

13. 计算不定积分 $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$.

14. 计算定积分 $\int_1^e x \ln x dx$.

四、应用题(本题16分)

15. 投产某产品的固定成本为36(万元),边际成本为 $C'(x) = 2x + 40$ (万元/百台). 试求产量由4百台增至6百台时总成本的增量,及产量为多少时,可使平均成本达到最低.

一、单项选择题(每小题 4 分,本题共 20 分)

1. C 2. B 3. D 4. A 5. D

二、填空题(每小题 4 分,本题共 20 分)

6. $x^2 + 2x - 6$
7. 1
8. $y = x + 1$
9. $2^x \ln 2 + 2$
10. 4

三、计算题(每小题 11 分,本题共 44 分)

11. 解: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 6x + 8} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x - 3)}{(x - 2)(x - 4)}$ 3 分
$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 3}{x - 4}$$
 6 分
$$= \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$$
 11 分
12. 解: $dy = d(e^{\sin x}) + d(x^3)$ 2 分
$$= e^{\sin x} d(\sin x) + 3x^2 dx$$
 8 分
$$= e^{\sin x} \cos x dx + 3x^2 dx = (e^{\sin x} \cos x + 3x^2) dx$$
 11 分
13. 解: 由换元积分法, 设 $\sqrt{x} = u$, 得 2 分
$$\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx = 2 \int \sin \sqrt{x} d\sqrt{x} = 2 \int \sin u du$$
 7 分
$$= -2 \cos u + c = -2 \cos \sqrt{x} + c$$
 11 分
14. 解: 由分部积分法得 3 分
$$\int_1^e x \ln x dx = \int_1^e \ln x d\left(\frac{1}{2}x^2\right)$$

$$= \frac{1}{2}x^2 \ln x \Big|_1^e - \int_1^e \frac{1}{2}x^2 d(\ln x) = \frac{1}{2}e^2 - \int_1^e \frac{1}{2}x dx$$
 8 分
$$= \frac{1}{2}e^2 - \frac{1}{4}x^2 \Big|_1^e = \frac{1}{4}e^2 + \frac{1}{4}$$
 11 分

四、应用题(本题 16 分)

15. 解: 产量由 4 百台增至 6 百台时总成本的增量为

$$\Delta C = \int_4^6 (2x + 40) dx = (x^2 + 40x) \Big|_4^6 = 100 \text{ (万元)}$$
 6 分

又总成本函数 $C(x) = \int C'(x) dx = \int (2x + 40) dx = x^2 + 40x + c$, 由 $C(0) = 36$ 可得 $c = 36$,

从而 $C(x) = x^2 + 40x + 36$.

$$\bar{C}(x) = \frac{x^2 + 40x + 36}{x} = x + 40 + \frac{36}{x}$$
 10 分

令 $\bar{C}'(x) = 1 - \frac{36}{x^2} = 0$, 解得唯一驻点 $x = 6$ ($x = -6$ 舍去).

又 $\bar{C}''(x) = \frac{72}{x^3} > 0$, 所以 $x = 6$ 是平均成本函数 $\bar{C}(x)$ 的极小值, 也是最小值.

因此, 当产量为 6 百台时, 可使平均成本达到最小. 16 分