

试卷代号:22006

座位号

国家开放大学2024年秋季学期期末统一考试

经济数学基础12 试题

2025年1月

注意事项:

1. 将你的学号、姓名及考点名称填写在试题和答题纸的规定栏内。考试结束后,把试题和答题纸放在桌上。试题和答题纸均不得带出考场。待监考人员收完试题和答题纸后方可离开考场。
2. 仔细阅读题目的说明,并按题目要求答题。所有答案必须写在答题纸的指定位置上,写在试题上的答案无效。
3. 用蓝、黑圆珠笔或钢笔(含签字笔)答题,使用铅笔答题无效。

附表

导数基本公式:

$$(c)' = 0$$

$$(x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(a^x)' = a^x \ln a \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

积分基本公式:

$$\int 0 dx = c$$

$$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c \quad (a \neq -1)$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + c$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$$

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1. 下列函数中,()是奇函数.
A. $y = x^3 + 1$ B. $y = x^2$
C. $y = x \sin x$ D. $y = e^x - e^{-x}$
2. 若 $\int f(x) dx = 2^x + 2x + c$, 则 $f(x) = ()$.
A. $2^x + 2$ B. $2^x \ln 2 + 2$
C. $\frac{2^x}{\ln 2} + 2$ D. $\frac{2^x}{\ln 2} + x^2 + cx$
3. 下列定积分计算正确的是().
A. $\int_{-1}^1 (1+x^2) dx = 0$ B. $\int_{-1}^1 x^2 \sin x dx = 0$
C. $\int_{-1}^1 x^2 \cos x dx = 0$ D. $\int_{-1}^1 (1+x) dx = 0$
4. 设 A, B 均为 n 阶可逆矩阵, 则下列等式成立的是().
A. $(AB)^T = A^T B^T$ B. $(AB)^{-1} = A^{-1} B^{-1}$
C. $(A+B)^T = A^T + B^T$ D. $(A+B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$
5. 设线性方程组 $\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 0 \\ 2x_1 + \lambda x_2 = 0 \end{cases}$ 有非零解, 则 $\lambda = ()$.
A. -2 B. 2
C. -4 D. 4

二、填空题(每小题3分,本题共15分)

6. 设 $f(x) = \begin{cases} x^2 + k, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$.
7. 曲线 $y = \sqrt{x} - 1$ 在点 $(1, 0)$ 的切线方程是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
8. 若 $\int f(x) dx = F(x) + c$, 则 $\int f(3x-2) dx = \underline{\hspace{2cm}}$.
9. 设 A, B 均为 n 阶矩阵, 且 A 可逆, 则矩阵方程 $AX = B$ 的解 $X = \underline{\hspace{2cm}}$.
10. 线性方程组 $AX = b$ 有解的充分必要条件是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、微积分计算题(每小题10分,本题共20分)

11. 设 $y = e^{-x^2} + \cos 2x$, 求 y' .
12. 计算定积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos 2x dx$.

四、线性代数计算题(每小题15分,本题共30分)

13. 设 $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 5 \\ 1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$, 求 $(I+A)^{-1}$.
14. 求齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 - 5x_4 = 0 \\ 5x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = 0 \end{cases}$ 的一般解.

五、应用题(本题20分)

15. 投产某产品的固定成本为36(万元), 边际成本为 $C'(x) = 2x + 40$ (万元/百台). 试求产量由4百台增至6百台时总成本的增量, 及产量为多少时, 可使平均成本达到最低.

一、单项选择题(每小题 3 分,本题共 15 分)

1. D 2. B 3. B 4. C 5. D

二、填空题(每小题 3 分,本题共 15 分)

6. 1
7. $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$
8. $\frac{1}{3}F(3x - 2) + c$
9. $A^{-1}B$
10. $r(A) = r(\bar{A})$

三、微积分计算题(每小题 10 分,本题共 20 分)

11. 解: $y' = e^{-x^2}(-x^2)' - \sin 2x(2x)' = -2xe^{-x^2} - 2 \sin 2x \dots\dots\dots 10$ 分
12. 解: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos 2x \, dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x d(\frac{1}{2} \sin 2x) = \frac{1}{2}x \sin 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \, dx$
 $= 0 + \frac{1}{4} \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = -\frac{1}{2} \dots\dots\dots 10$ 分

四、线性代数计算题(每小题 15 分,本题共 30 分)

13. 解: $I + A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 5 \\ 1 & -2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 5 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots 3$ 分
 $[I + A \quad I] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
 $\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -5 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -10 & 6 & -5 \\ 0 & 1 & 0 & -5 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots 12$ 分

因此, $(I + A)^{-1} = \begin{bmatrix} -10 & 6 & -5 \\ -5 & 3 & -3 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots 15$ 分

14. 解:对系数矩阵做初等行变换,可得

$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 4 & -5 \\ 5 & 2 & -1 & 4 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & -3 & -6 & 9 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots 10$ 分

因此,方程组的一般解为 $\begin{cases} x_1 = x_3 - 2x_4 \\ x_2 = -2x_3 + 3x_4 \end{cases}$,其中 x_3, x_4 是自由未知量. $\dots\dots\dots 15$ 分

五、应用题(本题 20 分)

15. 解:产量由 4 百台增至 6 百台时总成本的增量为

$\Delta C = \int_4^6 (2x + 40) \, dx = (x^2 + 40x) \Big|_4^6 = 100(\text{万元}) \dots\dots\dots 6$ 分

总成本函数为

$C(x) = \int C'(x) \, dx = \int (2x + 40) \, dx = x^2 + 40x + c$

由 $C(0) = 36$ 可得 $c = 36$,从而 $C(x) = x^2 + 40x + 36$. 因此,平均成本函数为

$\bar{C}(x) = \frac{x^2 + 40x + 36}{x} = x + 40 + \frac{36}{x} \dots\dots\dots 12$ 分

令 $\bar{C}'(x) = 1 - \frac{36}{x^2} = 0$,解得唯一驻点 $x = 6(x \neq -6$ 舍去).

又 $\bar{C}''(6) = \frac{72}{6^3} > 0$,所以 $x = 6$ 是平均成本函数 $\bar{C}(x)$ 的极小值,也是最小值. 因此,当产量为 6 百台时,可使平均成本达到最小. $\dots\dots\dots 20$ 分